NÖTROSOFİK DEĞERLİ

NÖTROSOFİK KESİN KÜMELER

NÖTROSOFİK DEĞERLİ

NÖTROSOFİK KESİN KÜMELER

Sinan İbrahim KARAGÜLLE

Editör: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

Sinan İbrahim KARAGÜLLE

Sinan İbrahim KARAGÜLLE

NÖTROSOFİK DEĞERLİ NÖTROSOFİK KESİN KÜMELER

NEUTROSOPHIC VALUED NEUTROSOPHIC CRISP SETS

Editor: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

ÖNSÖZ

Bu kitap Prof. Dr. Memet Şahin danışmanlığında Gaziantep Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü'nde tamamlamış olduğum ‘‘NÖTROSOFİK DEĞERLİ NÖTROSOFİK KESİN KÜMELER” isimli yüksek lisans tezimden üretilmiştir.

Çalışmanın hazırlanmasında destek ve yardımlarını esirgemeyen hocalarım, başta danışmanım sayın Prof. Dr. Memet Şahin' e ve sayın Dr. Abdullah Kargın'a sonsuz teşekkürler.

Yine bu süreçte her zaman manevi desteğim aileme çok teşekkürler.

Sinan İbrahim Karagülle

Gaziantep, 2022

Sinan İbrahim KARAGÜLLE

NÖTROSOFİK DEĞERLİ NÖTROSOFİK KESİN KÜMELER

Editor: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

GLOBAL KNOWLEDGE

Publishing House

Miami, Florida, United States of America

2022

Publishing:

GLOBAL KNOWLEDGE - Publishing House
848 Brickell Ave Ste 950 Miami
Florida 33131, United States
https://egk.ccgecon.us
info@egk.ccgecon.us

NSIA Publishing House
Neutrosphic Science International Association
https://www.publishing-nsia.com/

ISBN 978-1-59973-734-8

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ŞEKİLLER LİSTESİ

SEMBOLLER LİSTESİ

$\boldsymbol{\mu_P(u)}$	u'nun P kümesine ait olma derecesi
$\boldsymbol{\vartheta_Q(u)}$	u'nun Q kümesine ait olmama derecesi
$\boldsymbol{\pi_Q(u)}$	u'nun Q kümesindeki kararsızlık derecesi
$\boldsymbol{T_P(u)}$	u'nun P kümesindeki doğruluk derecesi
$\boldsymbol{I_P(u)}$	u'nun P kümesindeki belirsizlik derecesi
$\boldsymbol{F_P(u)}$	u'nun P kümesindeki yanlışlık derecesi
$\emptyset$	Boş küme
$\times$	Kartezyen çarpım
$\boldsymbol{P^c}$	P kümesinin tümleyeni
$\boldsymbol{P^{c_1}}$	P kümesinin Tip 1 tümleyeni
$\boldsymbol{P^{c_2}}$	P kümesinin Tip 2 tümleyeni
$\boldsymbol{P^{c_3}}$	P kümesinin Tip 3 tümleyeni
$\subseteq_{\mathbf{1}}$	Tip 1 altküme
$\subseteq_{\mathbf{2}}$	Tip 2 altküme
$\cap_{\mathbf{1}}$	Tip 1 kesişim işlemi
$\cap_{\mathbf{2}}$	Tip 2 kesişim işlemi
$\cup_{\mathbf{1}}$	Tip 1 birleşim işlemi
$\cup_{\mathbf{2}}$	Tip 2 birleşim işlemi
$\setminus_{\mathbf{1}}$	Tip 1 fark işlemi
$\setminus_{\mathbf{2}}$	Tip 2 fark işlemi

KISALTMALAR LİSTESİ

NKK	Nötrosofik kesin küme
NDNKK	Nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme
NKK-Tip 1	Tip 1 Nötrosofik kesin küme
NKK-Tip 2	Tip 2 Nötrosofik kesin küme
NKK-Tip 3	Tip 3 Nötrosofik kesin küme
NDNKK-Tip 1	Tip 1 Nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme
NDNKK-Tip 2	Tip 2 Nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme
NDNKK-Tip 3	Tip 3 Nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme

BÖLÜM I

GİRİŞ

Belirsizlik rastgelelikten farklıdır. Rastgelelik, bir olay için olası sonuçlar içerisinden herhangi bir durumun meydana gelmesidir. Dolayısıyla rastgele gerçekleşen bir olayda olayın sonuçları için bazı tahminlerde bulunmak ve bu tahminlerin gerçekleşip gerçekleşmediğini gözlemlemek mümkündür. Fakat belirsizlikte bu mümkün değildir. Belirsizliğe fiziksel alan, materyaller, yapının türü, mekâna dahil olan öğeler veya başka faktörler neden olabilir. Örneğin aynı hastalığa sahip kişilerin ilaçlarını hangi dozda günde kaç kere alacağı hastanın yaşı, cinsiyeti, hastalığın viral yükü vb. gibi birçok etmene bağlı olarak değişmektedir. Bu da hangi hastaya ne kadar doz ilaç verileceğiyle alakalı bir belirsizlik durumu oluşturmaktadır. 1965'te Zadeh kesin olarak tanımlanmış bir kümenin olmadığı duruma karşılık gelen bulanık küme kavramını [1] tanıtarak kesin küme kavramını genelleştirdi. Zadeh, bulanık küme teorisinde, X evrensel küme olmak üzere, X in her bir elemanı için $[0,1]$ aralığına tanımlı bir üyelik fonksiyonu tanımlamıştır. Bulanık küme ve kesin küme, bulanık kümenin sonsuz değerli mantığı uyguladığı ve kesin kümenin iki değerli mantığı kullandığı farklı küme teorilerinin birer parçasıdır. Daha önce, kesin kümelerin kullanıldığı Boole mantığına dayalı olarak uzman sistem ilkeleri geliştirildi. Ancak daha sonra bilim insanları, insan düşüncesinin her zaman kesin "evet"/ "hayır" mantığını takip etmediğini ve doğası gereği belirsiz, nitel, kesin olmayan veya bulanık olabileceğini savundu. Bu, insan düşüncesini taklit etmek için bulanık küme teorisinin gelişiminin başlamasını sağladı. Bir örnek uzaydaki bulanık kümelerden oluşan bir eleman için, birkaç üyelik derecesi arasında aşamalı bir geçiş olabilir. Kesin kümelerde, örnek uzaydaki bir elemanın belirli bir kümeye üye olma ve üye olmama arasındaki geçişi iyi tanımlanmıştır. Bulanık küme teorisi, insan zihnini yapay zekada modellemeye çalışmak için belirsizliği ortaya koymayı amaçlamaktadır ve bu teorinin önemi, uzman sistemler alanında ve karar verme uygulamalarında her geçen gün artmaktadır.

1986 yılında, bulanık kümenin bir genellemesi olarak sezgisel bulanık küme, K.Atanassov [2] tarafından tanıtılmıştır. Sezgisel bulanık küme teorisinde, üyelik olma fonksiyonuna ek olarak üyelik olmama fonksiyonu da verilmiştir. Bu yeni teori üzerine birçok araştırmacı çalışmalar yapmıştır [3-9]. Atanassov [4] sezgisel bulanık kümeler üzerinde yeni işlemler tanımlamıştır, De, Biswas ve Roy [7] sezgisel bulanık kümelerin tıbbi teşhiste uygulanması üzerine çalışmıştır.

1998'de Smarandache [10], Zadeh'in bulanık kümesinin ve Atanassov'un sezgisel bulanık kümesinin bir genellemesi olan nötrosofik kümeler kavramını tanımladı. Nötrosofik kümelerin, sezgisel bulanık kümelerden farkı T doğruluk, I belirsizlik, F yanlışlık fonksiyonlarının birbirinden bağımsız olmalarıdır. Nötrosofik kümeler $\langle T, I, F \rangle$ formunda gösterilir. Yani bir olay değerlendirilirken doğruluğu, yanlışlığı ve belirsizliği aynı anda ele alınır. Nötrosofik kümelerin bu şekilde tanımlanması birçok alanda ve birçok problem durumunda karşımıza çıkan belirsizlikleri açıklamamızı sağlamıştır. Bu kullanışlı kümeler birçok araştırmacı tarafından sürekli geliştirilmiştir ve yeni çalışmalar yapılmıştır [11-21]. Kandasamy ve Smarandache [11] temel nötrosofik cebirsel yapılar ve bunların bulanık ve nötrosofik modellere uygulamalarını vermiştir, Smarandache ve Ali [12] ikili bir işlemle ilgili olarak belirli aksiyomları karşılayan üç öğeli bir küme olan nötrosofik üçlü küme kavramını ele almıştır, Uluçay ve ark. [15] zaman-nötrosofik esnek uzman kümeleri ve karar verme problemi üzerine çalışmıştır, Uluçay ve Şahin [16] nötrosofik esnek uzman grafiği kavramını tanımlamıştır, Chatterjee ve ark. [17] nötrosofik kümeler kullanarak bulanık çok kriterli karar verme yöntemini tanıtmıştır, Salama ve Alblowi [21] nötrosofik kümelerde 0_N ve 1_N nötrosofik küme tiplerini tanımlamıştır.

2010'da Wang ve ark. [22] tek değerli nötrosofik kümeleri tanımladı, Şahin ve Küçük [23] tek değerli nötrosofik kümeler için alt küme olma özelliğini vermiştir, Huang [24] tek değerli nötrosofik kümelerin yeni mesafe ölçüsünü ve uygulaması üzerine çalışmıştır, Şahin ve ark. [25] tek değerli nötrosofik kümeler üzerinde benzerlik ölçüsü çalışmıştır.

2014'te Ye ve Ye [26] tek değerli nötrosofik çoklu kümeleri tanımladı, Ye ve ark. [27] tek değerli nötrosofik çoklu kümelerin mesafeye dayalı benzerlik ölçümlerini kullanarak tıbbi teşhis yöntemini geliştirmiştir, Fan ve ark. [30] çoklu öznitelik karar

verme için tek değerli nötrosofik çoklu kümelerin kosinüs ölçüsü üzerinde çalışmıştır.

2013 yılında Hanafy ve ark. [32] nötrosofik klasik kümeleri tanımladı. Nötrosofik klasik kümeyi oluşturan kümeler boş kümeden farklı bir X kümesinin altkümeleridir. Bu altkümeler nötrosofik klasik kümenin üyelik kümesi, belirsizlik kümesi ve üye olmayanlarının kümesi şeklinde isimlendirilmiştir. Daha sonra Salama ve ark. [33] nötrosofik kesin kümeyi ve bazı tiplerini tanımladı. Araştırmacılar bu yeni küme üzerinde birçok çalışmalar yapmışlardır [34-50]. Salama ve Smarandache [34] nötrosofik kesin küme teorisini oluşturdu, Salama ve ark. [35] nötrosofik kesin topolojik uzayları geliştirdi, Salama ve ark. [39] yeni nötrosofik kesin topolojik kavramları tanıttı, Salama ve ark. [41] nötrosofik kesin α-topolojik uzayları üzerinde çalıştı, Al-Hamido [42] nötrosofik kesin bi-topolojik uzayları tanıttı, Salama ve Smarandache [43] nötrosofik kesin olasılık teorisi ve karar verme sürecini tanımladı, Jo ve ark. [45] aralık değerli nötrosofik kesin kümeleri, aralık değerli nötrosofik kesin komşulukları ve aralık değerli nötrosofik kesin sürekli fonksiyonları tanımladı, Kim, J. ve ark. [48] sezgisel nötrosofik kesin kümeleri tanımladı ve bunların topolojiye uygulanması üzerinde çalıştı, Salama ve ark. [50] nötrosofik kesin küme teorisi ile yarı kompakt ve yarı Lindelof uzaylarını oluşturdu.

Bu tezin 2.bölümünde, bulanık küme [1], sezgisel bulanık küme [2], nötrosofik küme [10], tek değerli nötrosofik küme [22] ve nötrosofik kesin küme [33] tanımlarına yer verildi. 3. bölümünde, boş kümeden farklı bir U evrensel kümesinin P_1, P_2, P_3 altkümelerinden oluşan $P = \langle P_1, P_2, P_3 \rangle$ nötrosofik kesin kümesindeki P_1, P_2, P_3 kesin kümeleri, nötrosofik kümelere genelleştirilerek P_1 yerine P nötrosofik kümesi, P_2 yerine Q nötrosofik kümesi ve P_3 yerine R nötrosofik kümesi alınarak $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ nötrosofik değerli nötrosofik kesin kümesi ve tipleri tanımlandı. Bu tanımların daha anlaşılabilir olabilmesi için örneklendirmeler yapıldı. Ayrıca nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme ile ilgili bazı teoremler ispatlandı. Böylece nötrosofik kesin kümeler ile nötrosofik kümelerin birlikte kullanıldığı yeni bir nötrosofik yapı elde edildi. 4. bölümünde de bu tezden elde edilen sonuçlar ve bu tezdeki tanımlar kullanılarak yapılabilecek yeni çalışmalar ile ilgili önerilere yer verildi.

BÖLÜM II

GENEL BİLGİLER

Bu bölümde tezde kullanacağımız temel tanımlar ve kavramlar verilmiştir.

2.1.Bulanık Küme

Tanım 2.1.1: [1] U boştan farklı sonlu bir küme olsun. $\forall\, u \in U$ için $0 \leq \mu_P(u) \leq 1$ olmak üzere $\mu_P: U \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu ile bir bulanık küme;

$$P = \{\langle u, \mu_P(u)\rangle : u \in U\}$$

ile tanımlanır. Burada $\mu_P(u)$, $u \in U$'nun P kümesine ait olma derecesidir.

U kümesi, $\emptyset$ küme ve P kümesi;

$U = \{\langle u, 1\rangle : u \in U\}$, $\emptyset = \{\langle u, 0\rangle : u \in U\}$ ve $P = \{\langle u, \mu_P(u)\rangle : u \in U\}$

şeklinde ifade edilir.

Tanım 2.1.2: [1] U boştan farklı sonlu bir küme olsun. P_1 ile P_2, U üzerinde bulanık kümeler olmak üzere P_1 ve P_2 kümelerinin sırasıyla üyelik fonksiyonları $\mu_{P_1}(u)$ ve $\mu_{P_2}(u)$ olsun. $\forall\, u \in U$ için kapsama ve iki kümenin eşitliği

$$P_1 \subseteq P_2 \Leftrightarrow \mu_{P_1}(u) \leq \mu_{P_2}(u)$$
$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow P_1 \subseteq P_2 \text{ ve } P_2 \subseteq P_1$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.3: [1] U boştan farklı sonlu bir küme ve P_1 ile P_2, U üzerinde bulanık kümeler olsun. $\forall\, u \in U$ için

$$\mu_{P_1 \cup P_2}(u) = max\{\mu_{P_1}(u), \mu_{P_2}(u)\}$$

olmak üzere P_1 ile P_2'nin $P_1 \cup P_2$ ile gösterilen birleşimi;

$P_1 \cup P_2 = \{\langle u, \mu_{P_1 \cup P_2}(u)\rangle : u \in U\}$ şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.4: [1] U boştan farklı sonlu bir küme ve P_1 ile P_2, U üzerinde bulanık kümeler olsun. $\forall\, u \in U$ için

$$\mu_{P_1 \cap P_2}(u) = min\{\mu_{P_1}(u), \mu_{P_2}(u)\}$$

olmak üzere P_1 ile P_2'nin $P_1 \cup P_2$ ile gösterilen kesişimi;

$$P_1 \cap P_2 = \{\langle u, \mu_{P_1 \cap P_2}(u)\rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.5:[1] U boştan farklı sonlu bir küme ve P, U üzerinde bulanık küme olsun. P bulanık kümesinin tümleyeni P^c ile gösterilir. $\forall\, u \in U$ için

$$\mu_{P^c}(u) = 1 - \mu_P(u)$$

olmak üzere P bulanık kümesinin tümleyeni

$$P^c = \{\langle u, \mu_{P^c}(u)\rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.6: [1] U boştan farklı sonlu bir küme ve P_1 ile P_2, U üzerinde bulanık kümeler olsun. $\forall u \in U$ için

$$\mu_{P_1+P_2}(u) = \mu_{P_1}(u) + \mu_{P_2}(u) - \mu_{P_1}(u).\mu_{P_2}(u)$$

olmak üzere P_1 ile P_2 nin $P_1 + P_2$ ile gösterilen toplama işlemi;

$$P_1 + P_2 = \{\langle u, \mu_{P_1+P_2}(u)\rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.7: [1] U boştan farklı sonlu bir küme ve P_1 ile P_2, U üzerinde bulanık kümeler olsun. $\forall u \in U$ için

$$\mu_{P_1.P_2}(u) = \mu_{P_1}(u).\mu_{P_2}(u)$$

olmak üzere P_1 ile P_2 nin $P_1.P_2$ ile gösterilen çarpma işlemi;

$$P_1.P_2 = \{\langle u, \mu_{P_1.P_2}(u)\rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır.

2.2.Sezgisel Bulanık Küme

Tanım 2.2.1: [2] U boştan farklı sonlu bir küme olsun. $\forall u \in U$ için

$0 \leq \mu_Q(u) + \vartheta_Q(u) \leq 1$ olmak üzere $\mu_Q: U \to [0,1]$ ve $\vartheta_Q: U \to [0,1]$ fonksiyonları ile bir sezgisel bulanık küme;

$$Q = \{\langle u, \mu_Q(u), \vartheta_Q(u)\rangle : u \in U\}$$

kümesi ile verilir. Burada $\mu_Q(u)$, $u \in U$ nun Q kümesine ait olma derecesi ve $\vartheta_Q(u)$, $u \in U$ nun Q kümesine ait olmama derecesidir.

Tanım 2.2.2: [2] U boştan farklı sonlu bir küme olsun.

$$Q = \{\langle u, \mu_Q(u), \vartheta_Q(u)\rangle : u \in U\}$$

kümesi bir sezgisel bulanık küme olmak üzere $\forall u \in U$ için $\pi_Q(u)$ belirsizlik (kararsızlık) derecesi $\pi_Q(u) = 1 - \mu_Q(u) - \vartheta_Q(u)$ şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.3: [2] U boştan farklı sonlu bir küme ve Q_1 ile Q_2 kümeleri U üzerinde iki sezgisel bulanık küme olsun. Q_1 ile Q_2 kümelerinin sırasıyla üyelik fonksiyonları, $\mu_{Q_1}(u)$ ve $\mu_{Q_2}(u)$; üyelik olmama fonksiyonları, $\vartheta_{Q_1}(u)$ ve $\vartheta_{Q_2}(u)$ olsun. $\forall u \in U$ için iki kümenin eşitliği,

$$\mu_{Q_1}(u) = \mu_{Q_2}(u) \text{ ve } \vartheta_{Q_1}(u) = \vartheta_{Q_2}(u)$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.4: [2] U boştan farklı sonlu bir küme ve Q_1 ile Q_2 kümeleri U üzerinde iki sezgisel bulanık küme olsun. Q_1 ile Q_2 kümelerinin sırasıyla üyelik fonksiyonları, $\mu_{Q_1}(u)$ ve $\mu_{Q_2}(u)$, üyelik olmama fonksiyonları $\vartheta_{Q_1}(u)$ ve $\vartheta_{Q_2}(u)$ olsun. Q_2'nin Q_1'i kapsaması $Q_1 \subseteq Q_2$ ile gösterilir ve $\forall u \in U$ için

$$Q_1 \subseteq Q_2,\ \mu_{Q_1}(u) \leq \mu_{Q_2}(u) \text{ ve } \vartheta_{Q_1}(u) \geq \vartheta_{Q_2}(u)$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.5: [2] U boştan farklı sonlu bir küme ve Q, U üzerinde bir sezgisel bulanık küme olsun. Q sezgisel bulanık kümesinin Q^c ile gösterilen tümleyeni $\forall u \in U$ için

$$\mu_{Q^c}(u) = \vartheta_Q(u) \text{ ve } \vartheta_{Q^c}(u) = \mu_Q(u)$$

olmak üzere

$$Q^c = \{\langle u, \mu_{Q^c}(u), \vartheta_{Q^c}(u)\rangle : u \in U\} = \{\langle u, \vartheta_Q(u), \mu_Q(u)\rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.6: [2] U boştan farklı sonlu bir küme ve Q_1 ile Q_2 kümeleri U üzerinde iki sezgisel bulanık küme olsun. Q_1 ile Q_2 sezgisel bulanık kümelerinin $Q_1 \cup Q_2$ ile gösterilen birleşimi $\forall u \in U$ için

$$\mu_{Q_1 \cup Q_2}(u) = max\left\{\mu_{Q_1}(u), \mu_{Q_2}(u)\right\} \text{ ve } \vartheta_{Q_1 \cup Q_2}(u) = min\left\{\vartheta_{Q_1}(u), \vartheta_{Q_2}(u)\right\}$$

olmak üzere

$$Q_1 \cup Q_2 = \left\{\langle u, \mu_{Q_1 \cup Q_2}(u), \vartheta_{Q_1 \cup Q_2}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.7: [2] U boştan farklı sonlu bir küme ve Q_1 ile Q_2 kümeleri U üzerinde iki sezgisel bulanık küme olsun. Q_1 ile Q_2 sezgisel bulanık kümelerinin $Q_1 \cap Q_2$ ile gösterilen kesişimi $\forall u \in U$ için

$$\mu_{Q_1 \cap Q_2}(u) = min\left\{\mu_{Q_1}(u), \mu_{Q_2}(u)\right\} \text{ ve } \vartheta_{Q_1 \cap Q_2}(u) = max\left\{\vartheta_{Q_1}(u), \vartheta_{Q_2}(u)\right\}$$

olmak üzere

$$Q_1 \cap Q_2 = \left\{\langle u, \mu_{Q_1 \cap Q_2}(u), \vartheta_{Q_1 \cap Q_2}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.8: [2] U boştan farklı sonlu bir küme ve Q_1 ile Q_2 kümeleri U üzerinde iki sezgisel bulanık küme olsun. Q_1 ile Q_2 sezgisel bulanık kümelerinin toplaması $Q_1 + Q_2$ ile gösterilir ve $\forall u \in U$ için

$$Q_1 + Q_2 = \{\langle u, \mu_{Q_1}(u) + \mu_{Q_2}(u) - \mu_{Q_1}(u).\mu_{Q_2}(u), \nu_{Q_1}(u).\nu_{Q_2}(u)\rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.9: [2] U boştan farklı sonlu bir küme ve Q_1 ile Q_2 kümeleri U üzerinde iki sezgisel bulanık küme olsun. Q_1 ile Q_2 sezgisel bulanık kümelerinin çarpımı $Q_1.Q_2$ ile gösterilir ve $\forall u \in U$ için

$$Q_1.Q_2 = \{\langle u, \mu_{Q_1}(u).\mu_{Q_2}(u), \nu_{Q_1}(u)+\nu_{Q_2}(u) - \nu_{Q_1}(u).\nu_{Q_2}(u)\rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır.

2.3.Nötrosofik Küme

Tanım 2.3.1:[10] U boştan farklı bir küme olsun. $\forall u \in U$ için,

$$^{-}0 \leq T_P(u) + I_P(u) + F_P(u) \leq 3^{+}$$

olmak üzere, $T_P: U \to]\,^{-}0, 1^{+}[$, $I_P: U \to]\,^{-}0, 1^{+}[$ ve $F_P: U \to]\,^{-}0, 1^{+}[$ fonksiyonları ile U üzerinde bir P nötrosofik kümesi;

$$P = \{\langle u, T_P(u), I_P(u), F_P(u)\rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $T_P(u)$, $I_P(u)$, $F_P(u)$ sırasıyla $u \in U$'nun doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir. Ayrıca $^{-}0 = 0 + \varepsilon$ ve $1^{+} = 1 + \varepsilon$ olarak alınmıştır.

2.4.Tek Değerli Nötrosofik Küme

Tanım 2.4.1: [22] U boştan farklı bir küme olsun. $\forall u \in U$ için $T_P: U \to [0,1]$, $I_P: U \to [0,1]$ ve $F_P: U \to [0,1]$ fonksiyonları ile $0 \leq T_P(u) + I_P(u) + F_P(u) \leq 3$ olmak üzere U üzerinde bir tek değerli nötrosofik küme;

$$P = \{\langle u, T_P(u), I_P(u), F_P(u)\rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $T_P(u), I_P(u), F_P(u)$ sırasıyla $u \in U$'nun doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir.

Bu tezde tek değerli nötrosofik kümeler kullanılacaktır.

Tanım 2.4.2: [22] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$ ve

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $(i = 1,2, \dots, n)$ $\forall u \in U$ için P ile Q'nun kesişimi;

$$T_{P^i \cap Q^i}(u) = min\{T_{P^i}(u), T_{Q^i}(u)\},$$

$$I_{P^i \cap Q^i}(u) = max\{I_{P^i}(u), I_{Q^i}(u)\},$$

$$F_{P^i \cap Q^i}(u) = max\{F_{P^i}(u), F_{Q^i}(u)\}$$

olmak üzere

$$P \cap Q = \{\langle u, T_{P^i \cap Q^i}, I_{P^i \cap Q^i}, F_{P^i \cap Q^i} \rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.4.3: [22] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$ ve

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $(i = 1,2, \dots, n)$ $\forall u \in U$ için P ile Q'nun birleşimi;

$$T_{P^i \cup Q^i}(u) = max\{T_{P^i}(u), T_{Q^i}(u)\},$$

$$I_{P^i \cup Q^i}(u) = min\{I_{P^i}(u), I_{Q^i}(u)\},$$

$$F_{P^i \cup Q^i}(u) = min\{F_{P^i}(u), F_{Q^i}(u)\}$$

olmak üzere

$$P \cup Q = \{\langle u, T_{P^i \cup Q^i}(u), I_{P^i \cup Q^i}(u), F_{P^i \cup Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.4.4: [22] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$ ve

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $(i = 1,2, \dots, n)$ $\forall u \in U$ için Q'nun P'yi kapsaması $P \subseteq Q$ ile gösterilir ve üyelik dereceleri

$$T_{P^i}(u) \leq T_{Q^i}(u)$$

$$I_{P^i}(u) \geq I_{Q^i}(u)$$

$$F_{P^i}(u) \geq F_{Q^i}(u)$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.4.5: [22] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik küme olmak üzere $(i = 1,2, \dots, n)$ $\forall u \in U$ için

$$T_{P_i{}^c}(u) = F_{P_i}(u),$$

$$I_{P_i{}^c}(u) = 1 - I_{P_i}(u),$$

$$F_{P_i{}^c}(u) = T_{P_i}(u)$$

olmak üzere P'nin P^c ile gösterilen tümleyeni:

$$P^c = \left\{\langle u, T_{P_i{}^c}(u), I_{P_i{}^c}(u), F_{P_i{}^c}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.4.6: [22] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$ ve

$$Q = \left\{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $(i = 1,2, \dots, n)$ $\forall u \in U$ için P ile Q'nun $P.Q$ ile gösterilen çarpma işlemi;

$$T_{P^i.Q^i}(u) = T_{P^i}(u).T_{Q^i}(u),$$

$$I_{P^i.Q^i}(u) = I_{P^i}(u) + I_{Q^i}(u) - I_{P^i}(u).I_{Q^i}(u),$$

$$F_{P^i.Q^i}(u) = F_{P^i}(u) + F_{Q^i}(u) - F_{Q^i}(u).F_{Q^i}(u)$$

olmak üzere

$$P.Q = \left\{\langle u, T_{P^i.Q^i}(u), I_{P^i.Q^i}(u), F_{P^i.Q^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.4.7: [21] U boştan farklı bir küme olsun. U üzerindeki bir nötrosofik kümede $\forall u \in U$ için 0_N ve 1_N aşağıdaki gibi tanımlanır:

0_N dört şekilde tanımlanabilir:

$$(0_1)\ 0_N = \{\langle u, 0,0,1\rangle : u \in U\}$$

$$(0_2)\ 0_N = \{\langle u, 0,1,1\rangle : u \in U\}$$

$$(0_3)\ 0_N = \{\langle u, 0,1,0\rangle : u \in U\}$$

$$(0_4)\ 0_N = \{\langle u, 0,0,0\rangle : u \in U\}$$

1_N dört şekilde tanımlanabilir:

$$(1_1)\ 1_N = \{\langle u, 1,0,0\rangle : u \in U\}$$

$$(1_2)\ 1_N = \{\langle u, 1,0,1\rangle : u \in U\}$$

$$(1_3)\ 1_N = \{\langle u, 1,1,0\rangle : u \in U\}$$

$$(1_4)\ 1_N = \{\langle u, 1,1,1\rangle : u \in U\}.$$

2.5.Nötrosofik Kesin Küme

Tanım 2.5.1:[32] U boştan farklı bir küme olmak üzere bir nötrosofik klasik küme $P = \langle U, P_1, P_2, P_3\rangle$ şeklinde bir kümedir. Burada P_1, P_2, P_3; $P_1 \cap P_2 \cap P_3 = \emptyset$ olacak şekilde U'nun alt kümeleridir. P_1 kümesine P'nin üyelik kümesi, P_2'ye P'nin belirsizlik kümesi ve P_3'e P'nin üye olmayanlarının kümesi denir.

Özellik 2.5.2:[32] $P = \langle U, P_1, P_2, P_3\rangle$ nötrosofik klasik kümesi, $\langle P_1, P_2, P_3\rangle$ sıralı üçlüsü olarak tanımlanır. Burada P_1, P_2, P_3 U'daki altkümelerdir.

Tanım 2.5.3 :[33] U boştan farklı bir küme olsun. Bir P nötrosofik kesin kümesi (NKK) P_1, P_2 ve P_3 , X'in altkümeleri olmak üzere, $P = \langle P_1, P_2, P_3\rangle$ şeklinde bir kümedir. $P = \langle P_1, P_2, P_3\rangle$ biçimindeki bu küme,

i) Eğer

$$P_1 \cap P_2 = \emptyset\ ,\ P_1 \cap P_3 = \emptyset \text{ ve } P_2 \cap P_3 = \emptyset$$

ise Tip 1 nötrosofik kesin kümedir. (NKK-Tip 1)

ii) Eğer

$$P_1 \cap P_2 = \emptyset \text{ , } P_1 \cap P_3 = \emptyset \text{ , } P_2 \cap P_3 = \emptyset \text{ , } P_1 \cup P_2 \cup P_3 = U$$

ise Tip 2 nötrosofik kesin kümedir. (NKK-Tip 2)

iii) Eğer

$$P_1 \cap P_2 \cap P_3 = \emptyset \text{ ve } P_1 \cup P_2 \cup P_3 = U$$

ise Tip 3 nötrosofik kesin kümedir. (NKK-Tip 3)

Özellik 2.5.4:[33] $P = \langle P_1, P_2, P_3 \rangle$ nötrosofik kesin kümesi $P = \langle P_1, P_2, P_3 \rangle$ sıralı üçlü olarak tanımlanır. U üzerinde NKK'nin $\emptyset_N$ ve U_N türleri,

1) $\emptyset_N$ dört tür olarak tanımlanabilir:

i. Tip 1: $\emptyset_N = \langle \emptyset, \emptyset, U \rangle$
ii. Tip 2: $\emptyset_N = \langle \emptyset, U, U \rangle$
iii. Tip 3: $\emptyset_N = \langle \emptyset, U, \emptyset \rangle$
iv. Tip 4: $\emptyset_N = \langle \emptyset, \emptyset, \emptyset \rangle$

2) U_N dört tür olarak tanımlanabilir:

i. Tip 1: $U_N = \langle U, \emptyset, \emptyset \rangle$
ii. Tip 2: $U_N = \langle U, U, \emptyset \rangle$
iii. Tip 3: $U_N = \langle U, \emptyset, U \rangle$
iv. Tip 4: $U_N = \langle U, U, U \rangle$.

Sonuç 2.5.5:[33] Genel olarak,

(a) Her NKK-Tip 1, NKK-Tip 2 ve NKK-Tip 3 bir NKK'dir.

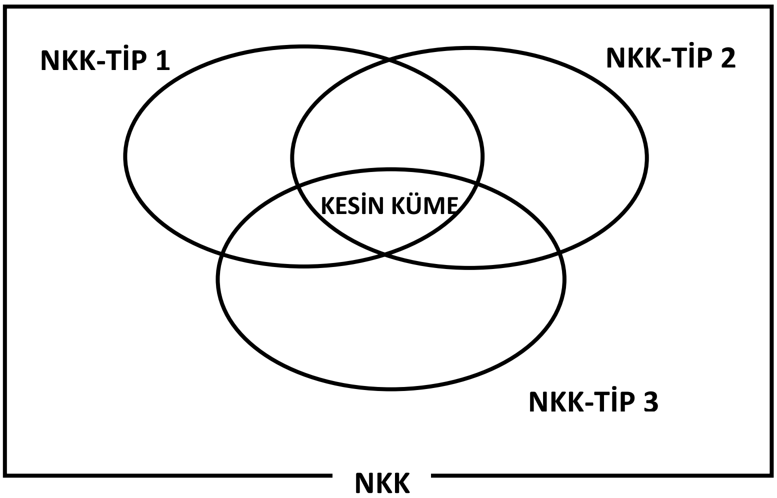
(b) Her NKK-Tip 1; NKK-Tip 2, NKK-Tip 3 değildir.

(c) Her NKK-Tip 2; NKK-Tip 1, NKK-Tip 3 değildir.

(d) Her NKK-Tip 3; NKK-Tip 2, NKK-Tip 1 değildir.

(e) Her kesin küme NKK'dir.

Şekil 1.1 NKK'ler arasındaki ilişkiyi temsil etmektedir.



Şekil 1.1 NKK'ler arasındaki ilişkiyi temsil eden Venn diyagramı

Örnek 2.5.6: $\mathcal{X} = \{\alpha, \varepsilon, \eta, \nu, \lambda\}$ olsun.

$A = \langle\{\alpha, \varepsilon, \eta\}, \{\nu\}, \{\lambda\}\rangle$, $D = \langle\{\alpha, \varepsilon\}, \{\nu, \lambda\}, \{\eta\}\rangle$ NKK-Tip 2'dir.

$B = \langle\{\alpha, \varepsilon\}, \{\nu\}, \{\lambda\}\rangle$ NKK-Tip 1 dir fakat NKK-Tip 2 değil NKK-Tip 3 değil.

$C = \langle\{\alpha, \varepsilon\}, \{\eta, \nu\}, \{\lambda, \alpha\}\rangle$ NKK-Tip 3'tür fakat NKK-Tip 1 değil NKK-Tip 2 değil.

Tanım 2.5.7:[33] U boş olmayan bir küme ve $P = \langle P_1, P_2, P_3\rangle$, U üzerinde bir NKK olsun. Bu durumda P kümesinin tümleyeni (kısaca P^c) üç tür olarak tanımlanır:

(c_1) Tip 1: $P^{c_1} = \langle P_1^c, P_2^c, P_3^c\rangle$

(c_2) Tip 2: $P^{c_2} = \langle P_3, P_2, P_1\rangle$

(c_3) Tip 3: $P^{c_3} = \langle P_3, P_2^c, P_1\rangle$.

Tanım 2.5.8:[33] U boş olmayan bir küme ve $P = \langle P_1, P_2, P_3\rangle$, U üzerinde bir NKK olsun.

1) P, U üzerinde bir NKK-Tip 1 ise bu durumda P kümesinin tümleyeni (P^c), bir tür tümleyen $P^c = \langle P_3, P_2, P_1\rangle$ olarak tanımlanır.

2) P, U üzerinde bir NKK-Tip 2 ise bu durumda P kümesinin tümleyeni (P^c), bir tür tümleyen $P^c = \langle P_3, P_2, P_1\rangle$ olarak tanımlanır.

3) P, U üzerinde bir NKK-Tip 3 ise bu durumda P kümesinin tümleyeni (P^c), üç tür tümleyen olarak tanımlanır:

$$(c_1) \quad \text{Tip 1: } P^{c_1} = \langle P_1^c, P_2^c, P_3^c \rangle$$

$$(c_2) \quad \text{Tip 2: } P^{c_2} = \langle P_3, P_2, P_1 \rangle$$

$$(c_3) \quad \text{Tip 3: } P^{c_3} = \langle P_3, P_2^c, P_1 \rangle.$$

Örnek 2.5.9: $U = \{\beta, \varphi, \delta, \tau, \xi\}$ olsun.

$P = \langle \{\beta, \varphi, \delta\}, \{\tau\}, \{\xi\} \rangle$ NKK-Tip 2,

$Q = \langle \{\beta, \varphi, \delta\}, \{\emptyset\}, \{\tau, \xi\} \rangle$ NKK-Tip 1,

$R = \langle \{\beta, \varphi\}, \{\delta, \tau\}, \{\xi, \beta\} \rangle$ NKK-Tip 3'tür. O zaman,

1) $P = \langle \{\beta, \varphi, \delta\}, \{\tau\}, \{\xi\} \rangle$ nin tümleyeni,

$P^c = \langle \{\xi\}, \{\tau\}, \{\beta, \varphi, \delta\} \rangle$ NKK-Tip 2;

2) $Q = \langle \{\beta, \varphi, \delta\}, \{\emptyset\}, \{\tau, \xi\} \rangle$ nin tümleyeni,

$Q^c = \langle \{\tau, \xi\}, \{\emptyset\}, \{\beta, \varphi, \delta\} \rangle$ NKK-Tip 2;

3) $R = \langle \{\beta, \varphi\}, \{\delta, \tau\}, \{\xi, \beta\} \rangle$ nin tümleyeni üç tip olarak tanımlanabilir:

Tip 1: $R^c = \langle \{\delta, \tau, \xi\}, \{\beta, \varphi, \xi\}, \{\varphi, \delta, \tau\} \rangle$

Tip 2: $R^c = \langle \{\beta, \xi\}, \{\delta, \tau\}, \{\beta, \varphi\} \rangle$

Tip 3: $R^c = \langle \{\xi, \beta\}, \{\beta, \varphi, \xi\}, \{\beta, \varphi\} \rangle$.

Tanım 2.5.10: [33] U boş olmayan bir küme, $P = \langle P_1, P_2, P_3 \rangle$ ve $Q = \langle Q_1, Q_2, Q_3 \rangle$ U üzerinde iki NKK olsun. Altküme $(P \subseteq Q)$ aşağıdaki gibi iki farklı şekilde tanımlanır.

$$\text{Tip 1: } P \subseteq Q \iff P_1 \subseteq Q_1, P_2 \subseteq Q_2 \; ve \; P_3 \supseteq Q_3,$$

$$\text{Tip 2: } P \subseteq Q \iff P_1 \subseteq Q_1, P_2 \supseteq Q_2 \; ve \; P_3 \supseteq Q_3.$$

Önerme 2.5.11:[33] Her P nötrosofik kesin kümesi aşağıdaki şartları sağlar:

$$\text{i) } \emptyset_N \subseteq P, \emptyset_N \subseteq \emptyset_N .$$

$$\text{ii) } P \subseteq U_N, U_N \subseteq U_N .$$

Tanım 2.5.12:[33] U boş olmayan bir küme, $P = \langle P_1, P_2, P_3 \rangle$ ve $Q = \langle Q_1, Q_2, Q_3 \rangle$ U üzerinde iki nötrosofik kesin küme olsun. O zaman:

1. $P \cap Q$ iki tip olarak tanımlanır:

$$\text{Tip 1: } P \cap Q = \langle P_1 \cap Q_1, P_2 \cap Q_2, P_3 \cup Q_3 \rangle ,$$

$$\text{Tip 2: } P \cap Q = \langle P_1 \cap Q_1, P_2 \cup Q_2, P_3 \cup Q_3 \rangle .$$

2. $P \cup Q$ iki tip olarak tanımlanır:

$$\text{Tip 1: } P \cup Q = \langle P_1 \cup Q_1, P_2 \cup Q_2, P_3 \cap Q_3 \rangle ,$$

$$\text{Tip 2: } P \cup Q = \langle P_1 \cup Q_1, P_2 \cap Q_2, P_3 \cap Q_3 \rangle .$$

Önerme 2.5.13:[33] U üzerindeki iki P ve Q nötrosofik kesin kümesi için aşağıdaki eşitlikler sağlanır:

i. $(P \cap Q)^c = P^c \cup Q^c$,
ii. $(P \cup Q)^c = P^c \cap Q^c$.

Tanım 2.5.14: [32] U boş olmayan bir küme, $P = \langle P_1, P_2, P_3 \rangle$ ve $Q = \langle Q_1, Q_2, Q_3 \rangle$ U üzerinde iki nötrosofik kesin küme olsun. P ve Q nun kartezyen çarpımı,

$$P \times Q = \langle P_1 \times Q_1, P_2 \times Q_2, P_3 \times Q_3 \rangle$$

şeklinde bir nötrosofik kesin kümedir.

Örnek 2.5.15: $U = \{\mathscr{b}, \mathscr{f}, \mathscr{j}, \mathscr{k}\}$, $P = \langle \{\mathscr{b}\}, \{\mathscr{b}, \mathscr{j}\}, \{\mathscr{k}\} \rangle$ ve $Q = \langle \{\mathscr{b}\}, \{\mathscr{j}\}, \{\mathscr{k}, \mathscr{f}\} \rangle$ olsun. O zaman bu iki nötrosofik kümenin kartezyen çarpımı aşağıdaki gibidir:

$$P \times Q = \langle \{(\mathscr{b}, \mathscr{b})\}, \{(\mathscr{b}, \mathscr{j}), (\mathscr{j}, \mathscr{j})\}, \{(\mathscr{k}, \mathscr{k}), (\mathscr{k}, \mathscr{f})\} \rangle,$$

$$Q \times P = \langle \{(\mathscr{b}, \mathscr{b})\}, \{(\mathscr{j}, \mathscr{b}), (\mathscr{j}, \mathscr{j})\}, \{(\mathscr{k}, \mathscr{k}), (\mathscr{f}, \mathscr{k})\} \rangle.$$

Örnek 2.5.16: $U = \{\mathbb{D}, \mathbb{K}, \mathbb{H}, \mathbb{E}, \mathbb{J}\}$ olsun.

$P = \langle \{\mathbb{D}, \mathbb{K}, \mathbb{H}\}, \{\mathbb{E}\}, \{\mathbb{J}\} \rangle$ ve $S = \langle \{\mathbb{D}, \mathbb{K}\}, \{\mathbb{J}, \mathbb{H}\}, \{\mathbb{E}\} \rangle$ NKK-Tip 2 olur,

$Q = \langle\{\mathbb{D}, \mathbb{K}, \mathbb{H}\}, \{\emptyset\}, \{\mathbb{E}, \mathbb{J}\}\rangle$ NKK-Tip 1, $R = \langle\{\mathbb{D}, \mathbb{K}\}, \{\mathbb{H}, \mathbb{E}\}, \{\mathbb{J}, \mathbb{D}\}\rangle$ NKK-Tip 3 olur. O zaman:

$P \times S = \langle\{(\mathbb{D}, \mathbb{D}), (\mathbb{D}, \mathbb{K}), (\mathbb{K}, \mathbb{D}), (\mathbb{K}, \mathbb{K}), (\mathbb{H}, \mathbb{D}), (\mathbb{H}, \mathbb{K})\}, \{(\mathbb{E}, \mathbb{J}), (\mathbb{E}, \mathbb{H})\}, \{(\mathbb{J}, \mathbb{E})\}\rangle$

$S \times R = \langle\{(\mathbb{D}, \mathbb{D}), (\mathbb{D}, \mathbb{K}), (\mathbb{K}, \mathbb{D}), (\mathbb{K}, \mathbb{K})\}, \{(\mathbb{J}, \mathbb{H}), (\mathbb{J}, \mathbb{E}), (\mathbb{H}, \mathbb{H}), (\mathbb{H}, \mathbb{E})\}, \{(\mathbb{E}, \mathbb{J}), (\mathbb{E}, \mathbb{D})\}\rangle$

dir.

BÖLÜM III

NÖTROSOFİK DEĞERLİ NÖTROSOFİK KESİN KÜMELER

Bu bölümde nötrosofik değerli nötrosofik kesin kümelere [51] ve özelliklerine yer verilmiştir. Bu yapı ile ilgili teoremler, örnekler ve sonuçlar verilmiştir. Ayrıca bu yapıdaki nötrosofik bileşenler T, I ve F tek değerli nötrosofik kümelerdeki [22] gibi

$$T_P: U \to [0,1] \text{ , } I_P: U \to [0,1] \text{ ve } F_P: U \to [0,1]$$

olarak alınmıştır.

Tanım 3.1: [51] U boş olmayan bir küme olsun. $\forall u \in U$ için

$$P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\} \text{ ve}$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere bir nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme (NDNKK),

$$\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle = \left\langle \begin{matrix} \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}, \\ \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\}, \\ \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\} \end{matrix} \right\rangle$$

ile gösterilir ($i = 1,2, \dots, n$).

Örnek 3.2: $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ olsun.

$P = \{\langle u_1, 0.2,0.7,0.3, u_2, 0.6,0.8,0.1, u_3, 0,0.6,0.7\rangle : u_1, u_2, u_3 \in U\}$,

$Q = \{\langle u_1, 0.6,0.9,0.7, u_2, 0.1,0.4,0.5, u_3, 0.3,1,0.2\rangle : u_1, u_2, u_3 \in U\}$ ve

$R = \{\langle u_1, 0.8,0.4,0.2, u_2, 0.4,0.5,0.6, u_3, 0.5,0.8,0.1\rangle : u_1, u_2, u_3 \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere

$$\mathcal{A}_N = \left\langle \begin{matrix} \{\langle u_1, 0.2,0.7,0.3, u_2, 0.6,0.8,0.1, u_3, 0,0.6,0.7\rangle : u_1, u_2, u_3 \in U\}, \\ \{\langle u_1, 0.6,0.9,0.7, u_2, 0.1,0.4,0.5, u_3, 0.3,1,0.2\rangle : u_1, u_2, u_3 \in U\}, \\ \{\langle u_1, 0.8,0.4,0.2, u_2, 0.4,0.5,0.6, u_3, 0.5,0.8,0.1\rangle : u_1, u_2, u_3 \in U\} \end{matrix} \right\rangle$$

U üzerinde bir NDNKK'dir.

Tanım 3.3: [51] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$,

$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$ ve

$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK olsun $(i = 1,2, \ldots, n)$. U üzerinde $\mathcal{A}_N$'in 0_N ve 1_N türleri,

1) 0_N NDNKK si $(i = 1,2, \ldots, n)$ üç tür olarak tanımlanır:

(a) Tip 1: $0_{N_1} = \langle \{\langle u, 0,0,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0,0,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0,0,1\rangle : u \in U\}\rangle$

(b) Tip 2: $0_{N_2} = \langle \{\langle u, 0,1,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0,1,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0,1,1\rangle : u \in U\}\rangle$

(c) Tip 3: $0_{N_3} = \langle \{\langle u, 0,1,0\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0,1,0\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0,1,0\rangle : u \in U\}\rangle$

2) 1_N NDNKK si $(i = 1,2, \ldots, n)$ üç tür olarak tanımlanır:

(a) Tip 1: $1_{N_1} = \langle \{\langle u, 1,0,0\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 1,0,0\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 1,0,0\rangle : u \in U\}\rangle$

(b) Tip 2: $1_{N_2} = \langle \{\langle u, 1,1,0\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 1,1,0\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 1,1,0\rangle : u \in U\}\rangle$

(c) Tip 3: $1_{N_3} = \langle \{\langle u, 1,0,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 1,0,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 1,0,1\rangle : u \in U\}\rangle$

Tanım 3.4: [51] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$,

$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$ ve

$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ biçimindeki NDNKK'ye

(a) $P \cap Q = 0_N$, $P \cap R = 0_N$ ve $Q \cap R = 0_N$ yani

$$P \cap Q = \{\langle u, T_{P^i \cap Q^i}(u), I_{P^i \cap Q^i}(u), F_{P^i \cap Q^i}(u)\rangle : u \in U\} = 0_N,$$

$$P \cap R = \{\langle u, T_{P^i \cap R^i}(u), I_{P^i \cap R^i}(u), F_{P^i \cap R^i}(u)\rangle : u \in U\} = 0_N,$$

$$Q \cap R = \{u, T_{Q^i \cap R^i}(u), I_{Q^i \cap R^i}(u), F_{Q^i \cap R^i}(u) : u \in U\} = 0_N$$

ise Tip 1 nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme (NDNKK-Tip 1) $(i = 1,2, \dots, n)$,

(b) $P \cap Q = 0_N$, $P \cap R = 0_N$ $Q \cap R = 0_N$ ve $P \cup Q \cup R = 1_N$ yani

$$P \cap Q = \{\langle u, T_{P^i \cap Q^i}(u), I_{P^i \cap Q^i}(u), F_{P^i \cap Q^i}(u)\rangle : u \in U\} = 0_N,$$

$$P \cap R = \{\langle u, T_{P^i \cap R^i}(u), I_{P^i \cap R^i}(u), F_{P^i \cap R^i}(u)\rangle : u \in U\} = 0_N,$$

$$Q \cap R = \{u, T_{Q^i \cap R^i}(u), I_{Q^i \cap R^i}(u), F_{Q^i \cap R^i}(u) : u \in U\} = 0_N,$$

$$P \cup Q \cup R = \{\langle u, T_{P^i \cup Q^i \cup R^i}(u), I_{P^i \cup Q^i \cup R^i}(u), F_{P^i \cup Q^i \cup R^i}(u)\rangle : u \in U\} = 1_N$$

ise Tip 2 nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme (NDNKK-Tip 2) $(i = 1,2, \dots, n)$,

(c) $P \cap Q \cap R = 0_N$ ve $P \cup Q \cup R = 1_N$ yani

$$P \cap Q \cap R = \{\langle u, T_{P^i \cap Q^i \cap R^i}(u), I_{P^i \cap Q^i \cap R^i}(u), F_{P^i \cap Q^i \cap R^i}(u)\rangle : u \in U\} = 0_N,$$

$$P \cup Q \cup R = \{\langle u, T_{P^i \cup Q^i \cup R^i}(u), I_{P^i \cup Q^i \cup R^i}(u), F_{P^i \cup Q^i \cup R^i}(u)\rangle : u \in U\} = 1_N$$

ise Tip 3 nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme (NDNKK-Tip 3) denir $(i = 1,2, \dots, n)$.

Tanım 3.4'te verilen (a) maddesindeki NDNKK-Tip 1 için aşağıdaki örnek verilmiştir:

Örnek 3.5: [51] U boştan farklı bir küme olsun. $P = \{\langle u, 0,0.3,1\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.4,1,1\rangle : u \in U\}$ ve $R = \{\langle u, 0,1,0.8\rangle : u \in U\}$ U üzerinde üç nötrosofik küme olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK verilsin.

$$\mathcal{A}_N = \langle \{\langle u, 0,0.3,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.4,1,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0,1,0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

dir. $P \cap Q = 0_N$ olduğunu gösterelim:

$$T_{P \cap Q}(u) = min\{T_P(u), T_Q(u)\} = min\{0,0.4\} = 0$$

$$I_{P\cap Q}(u) = max\{I_P(u), I_Q(u)\} = max\{0.3,1\} = 1$$

$$F_{P\cap Q}(u) = max\{F_P(u), F_Q(u)\} = max\{1,1\} = 1$$

olur. O halde

$$P \cap Q = \{\langle u, T_{P\cap Q}(u), I_{P\cap Q}(u), F_{P\cap Q}(u)\rangle : u \in U\} = \{\langle u, 0,1,1\rangle\} = 0_{N_2}$$

dir. $P \cap R = 0_N$ olduğunu gösterelim:

$$T_{P\cap R}(u) = min\{T_P(u), T_R(u)\} = min\{0,0\} = 0$$

$$I_{P\cap R}(u) = max\{I_P(u), I_R(u)\} = max\{0.3,1\} = 1$$

$$F_{P\cap R}(u) = max\{F_P(u), F_R(u)\} = max\{1,0.8\} = 1$$

olur. Yani

$$P \cap R = \{\langle u, T_{P\cap R}(u), I_{P\cap R}(u), F_{P\cap R}(u)\rangle : u \in U\} = \{\langle u, 0,1,1\rangle\} = 0_{N_2}$$

dir. $Q \cap R = 0_N$ olduğunu gösterelim:

$$T_{Q\cap R}(x) = min\{T_Q(u), T_R(u)\} = min\{0.4,0\} = 0$$

$$I_{Q\cap R}(x) = max\{I_Q(u), I_R(u)\} = max\{1,1\} = 1$$

$$F_{Q\cap R}(x) = max\{F_Q(u), F_R(u)\} = max\{1,0.8\} = 1$$

olur. Buradan

$$Q \cap R = \{\langle u, T_{Q\cap R}(u), I_{Q\cap R}(u), F_{Q\cap R}(u)\rangle : u \in U\} = \{\langle u, 0,1,1\rangle\} = 0_{N_2}$$

dir. Dolayısıyla $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK si NDNKK-Tip 1 olur.

Tanım 3.4'te verilen (b) maddesindeki NDNKK-Tip 2 için aşağıdaki örnek verilmiştir:

Örnek 3.6: [51] U boştan farklı bir küme olsun. $P = \{\langle u, 0,0,1\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0,0,1\rangle : u \in U\}$ ve $R = \{\langle u, 1,1,0\rangle : u \in U\}$ U üzerinde üç nötrosofik küme olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK verilsin.

$$\mathcal{A}_N = \langle \{\langle u, 0,0,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0,0,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 1,1,0\rangle : u \in U\}\rangle$$

dir. $P \cap Q = 0_N$ olduğunu gösterelim:

$$T_{P\cap Q}(u) = min\{T_P(u), T_Q(u)\} = min\{0,0\} = 0$$

$$I_{P\cap Q}(u) = max\{I_P(u), I_Q(u)\} = max\{0,0\} = 0$$

$$F_{P\cap Q}(u) = max\{F_P(u), F_Q(u)\} = max\{1,1\} = 1$$

olur. Yani

$$P \cap Q = \{\langle u, T_{P\cap Q}(u), I_{P\cap Q}(u), F_{P\cap Q}(u)\rangle : u \in U\} = \{\langle u, 0,0,1\rangle\} = 0_{N_1}$$

olur. $P \cap R = 0_N$ olduğunu gösterelim:

$$T_{P\cap R}(u) = min\{T_P(u), T_R(u)\} = min\{0,1\} = 0$$

$$I_{P\cap R}(u) = max\{I_P(u), I_R(u)\} = max\{0,1\} = 1$$

$$F_{P\cap R}(u) = max\{F_P(u), F_R(u)\} = max\{1,0\} = 1$$

olur. O halde

$$P \cap R = \{\langle u, T_{P\cap R}(u), I_{P\cap R}(u), F_{P\cap R}(u)\rangle : u \in U\} = \{\langle u, 0,1,1\rangle\} = 0_{N_2}$$

olur. $Q \cap R = 0_N$ olduğunu gösterelim:

$$T_{Q\cap R}(u) = min\{T_Q(u), T_R(u)\} = min\{0,1\} = 0$$

$$I_{Q\cap R}(u) = max\{I_Q(u), I_R(u)\} = max\{0,1\} = 1$$

$$F_{Q\cap R}(u) = max\{F_Q(u), F_R(u)\} = max\{1,0\} = 1$$

olur. Buradan

$$Q \cap R = \{\langle u, T_{Q\cap R}(u), I_{Q\cap R}(u), F_{Q\cap R}(u)\rangle : u \in U\} = \{\langle u, 0,1,1\rangle\} = 0_{N_2}$$

olur. $P \cup Q \cup R = 1_N$ olduğunu gösterelim.

$$T_{P\cup Q\cup R}(u) = max\{T_P(u), T_Q(u), T_R(u)\} = max\{0,0,1\} = 1$$

$$I_{P\cup Q\cup R}(u) = min\{I_P(u), I_Q(u), I_R(u)\} = min\{0,0,1\} = 0$$

$$F_{P\cup Q\cup R}(u) = min\{F_P(u), F_Q(u), F_R(u)\} = min\{1,1,0\} = 0$$

olur. O halde

$$P \cup Q \cup R = \{\langle u, T_{P\cup Q\cup R}(u), I_{P\cup Q\cup R}(u), F_{P\cup Q\cup R}(u)\rangle : u \in U\} = \{\langle u, 1,0,0\rangle\} = 1_{N_1}$$

olur. Dolayısıyla $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK si NDNKK-Tip 2'dir.

Tanım 3.4'te verilen (c) maddesindeki NDNKK-Tip 3 için aşağıdaki örnek verilmiştir:

Örnek 3.7: [51] U boştan farklı bir küme olsun. $P = \{\langle u, 0,0.6,1\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 1,0,0.7\rangle : u \in U\}$ ve $R = \{\langle u, 0.2,1,0\rangle : u \in U\}$ U üzerinde üç nötrosofik küme olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK verilsin.

$$\mathcal{A}_N = \langle \{\langle u, 0,0.6,1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 1,0,0.7\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,1,0\rangle : u \in U\}\rangle$$

dir. $P \cap Q \cap R = 0_N$ olduğunu gösterelim:

$$T_{P\cap Q\cap R}(u) = min\{T_P(u), T_Q(u), T_R(u)\} = min\{0,1,0.2\} = 0$$

$$I_{P\cap Q\cap R}(u) = max\{I_P(u), I_Q(u), I_R(u)\} = max\{0.6,0,1\} = 1$$

$$F_{P\cap Q\cap R}(u) = max\{F_P(u), F_Q(u), F_R(u)\} = max\{1,0.7,0\} = 1$$

olur. Yani

$$P \cap Q \cap R = \{\langle u, T_{P\cap Q\cap R}(u), I_{P\cap Q\cap R}(u), F_{P\cap Q\cap R}(u)\rangle\} = \{\langle u, 0,1,1\rangle\} = 0_{N_2}$$

olur. $P \cup Q \cup R = 1_N$ olduğunu gösterelim:

$$T_{P\cup Q\cup R}(u) = max\{T_P(u), T_Q(u), T_R(u)\} = max\{0,1,0.2\} = 1$$

$$I_{P\cup Q\cup R}(u) = min\{I_P(u), I_Q(u), I_R(u)\} = min\{0.6,0,1\} = 0$$

$$F_{P\cup Q\cup R}(u) = min\{F_P(u), F_Q(u), F_R(u)\} = min\{1,0.7,0\} = 0$$

olur. Yani

$$P \cup Q \cup R = \{\langle u, T_{P\cup Q\cup R}(u), I_{P\cup Q\cup R}(u), F_{P\cup Q\cup R}(u)\rangle\} = \{\langle u, 1,0,0\rangle\} = 1_{N_1}$$

olur. Dolayısıyla $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK si NDNKK-Tip 3'tür.

Tanım 3.8: [51] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$,

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$K = \{\langle u, T_{K^i}(u), I_{K^i}(u), F_{K^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$L = \{\langle u, T_{L^i}(u), I_{L^i}(u), F_{L^i}(u)\rangle : u \in U\} \text{ ve}$$

$$M = \{\langle u, T_{M^i}(u), I_{M}(u), F_{M^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun $(i = 1,2, \dots, n)$. $\forall u \in U$ için $\mathcal{B}_N$'in $\mathcal{A}_N$'i kapsaması $\mathcal{A}_N \subseteq_1 \mathcal{B}_N$ ve $\mathcal{A}_N \subseteq_2 \mathcal{B}_N$ ile gösterilen iki farklı tip olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

Tip 1: $\mathcal{A}_N \subseteq_1 \mathcal{B}_N \Leftrightarrow P \subseteq K, Q \subseteq L \; ve \; R \supseteq M$ dir. Yani;

$$\mathcal{A}_N \subseteq_1 \mathcal{B}_N \Leftrightarrow T_{P^i}(u) \le T_{K^i}(u), I_{P^i}(u) \ge I_{K^i}(u), F_{P^i}(u) \ge F_{K^i}(u),$$

$$T_{Q^i}(u) \le T_{L^i}(u), I_{Q^i}(u) \ge I_{L^i}(u), F_{Q^i}(u) \ge F_{L^i}(u),$$

$$T_{R^i}(u) \ge T_{M^i}(u), I_{R^i}(u) \le I_{M^i}(u), F_{R^i}(u) \le F_{M^i}(u) .$$

Tip 2: $\mathcal{A}_N \subseteq_2 \mathcal{B}_N \Leftrightarrow P \subseteq K, Q \supseteq L \; ve \; R \supseteq M$ dir. Yani;

$$\mathcal{A}_N \subseteq_2 \mathcal{B}_N \Leftrightarrow T_{P^i}(u) \le T_{K^i}(u), I_{P^i}(u) \ge I_{K^i}(u), F_{P^i}(u) \ge F_{K^i}(u),$$

$$T_{Q^i}(u) \ge T_{L^i}(u), I_{Q^i}(u) \le I_{L^i}(u), F_{Q^i}(u) \le F_{L^i}(u),$$

$$T_{R^i}(u) \ge T_{M^i}(u), I_{R^i}(u) \le I_{M^i}(u), F_{R^i}(u) \le F_{M^i}(u).$$

Örnek 3.9: [51] U boştan farklı bir küme olsun.

$P = \{\langle x, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle x, 0.2,0.9,0.3\rangle : u \in U\}$, $R = \{\langle x, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}$,

$K = \{\langle x, 0.5,0.5,0.3\rangle : u \in U\}$,$L = \{\langle x, 0.7,0.8,0.1\rangle : u \in U\}$ ve $M = \{\langle x, 0.3,0.6,0.7\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun. $\mathcal{A}_N \subseteq_1 \mathcal{B}_N$ olduğunu göstereceğiz. $P \subseteq K$ olduğunu gösterelim:

$$0.4 \le 0.5 \text{ yani } T_P(u) \le T_K(u),$$

$$0.6 \geq 0.5 \text{ yani } I_P(u) \geq I_K(u),$$

$$0.8 \geq 0.3 \text{ yani } F_P(u) \geq F_K(u)$$

olup $P \subseteq K$'dir. $Q \subseteq L$ olduğunu gösterelim:

$$0.2 \leq 0.7 \text{ yani } T_Q(u) \leq T_L(u),$$

$$0.9 \geq 0.8 \text{ yani } I_Q(u) \geq I_L(u),$$

$$0.3 \geq 0.1 \text{ yani } F_Q(u) \geq F_L(u)$$

olup $Q \subseteq L$'dir.$R \supseteq M$ olduğunu gösterelim:

$$0.8 \geq 0.3 \text{ yani } T_R(u) \geq T_M(u),$$

$$0.4 \leq 0.6 \text{ yani } I_R(u) \leq I_M(u),$$

$$0.3 \leq 0.7 \text{ yani } F_R(u) \leq F_M(u)$$

olup $R \supseteq M$'dir. Dolayısıyla $P \subseteq K$, $Q \subseteq L$ ve $R \supseteq M$ olduğundan $A_N \subseteq_1 B_N$ dir.

Örnek 3.10: [51] $U = \{u_1, u_2\}$ olsun.

$$P = \{\langle u_1, 0.3{,}0.5{,}0.2, u_2, 0.4{,}0.3{,}0.5 \rangle : u_1, u_2 \in U\},$$

$$Q = \{\langle u_1, 0.8{,}0.2{,}0.4, u_2, 0.9{,}0.1{,}0.8 \rangle : u_1, u_2 \in U\},$$

$$R = \{\langle u_1, 0.9{,}0.2{,}0.3, u_2, 0.8{,}0.7{,}0.2 \rangle : u_1, u_2 \in U\},$$

$$K = \{\langle u_1, 0.6{,}0.2{,}0.1, u_2, 0.8{,}0.1{,}0.4 \rangle : u_1, u_2 \in U\},$$

$$L = \{\langle u_1, 0.3{,}0.6{,}0.5, u_2, 0.2{,}0.3{,}0.9 \rangle : u_1, u_2 \in U\} \text{ ve}$$

$$M = \{\langle u_1, 0.8{,}0.7{,}0.4, u_2, 0.1{,}0.9{,}0.5 \rangle : u_1, u_2 \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M \rangle$ iki NDNKK olsun. $\mathcal{A}_N \subseteq_2 \mathcal{B}_N$ olduğunu göstereceğiz. $P \subseteq K$ olduğunu gösterelim:

$$0.3 \leq 0.6 \text{ yani } T_{P^1}(u) \leq T_{K^1}(u),$$

$$0.5 \geq 0.2 \text{ yani } I_{P^1}(u) \geq I_{K^1}(u),$$

$$0.2 \geq 0.1 \text{ yani } F_{P^1}(u) \geq F_{K^1}(u)$$

ve

$$0.4 \leq 0.8 \text{ yani } T_{P^2}(u) \leq T_{K^2}(u),$$

$$0.3 \geq 0.1 \text{ yani } I_{P^2}(u) \geq I_{K^2}(u),$$

$$0.5 \geq 0.4 \text{ yani } F_{P^2}(u) \geq F_{K^2}(u),$$

olup $P \subseteq K$'dir. $Q \supseteq L$ olduğunu gösterelim:

$$0.8 \geq 0.3 \text{ yani } T_{Q^1}(u) \geq T_{L^1}(u),$$

$$0.2 \leq 0.6 \text{ yani } I_{Q^1}(u) \leq I_{L^1}(u),$$

$$0.4 \leq 0.5 \text{ yani } F_{Q^1}(u) \leq F_{L^1}(u)$$

ve

$$0.9 \geq 0.2 \text{ yani } T_{Q^2}(u) \geq T_{L^2}(u),$$

$$0.1 \leq 0.3 \text{ yani } I_{Q^2}(u) \leq I_{L^2}(u),$$

$$0.8 \leq 0.9 \text{ yani } F_{Q^2}(u) \leq F_{L^2}(u)$$

olup $Q \supseteq L$'dir. $R \supseteq M$ olduğunu gösterelim:

$$0.9 \geq 0.8 \text{ yani } T_{R^1}(u) \geq T_{M^1}(u),$$

$$0.2 \leq 0.7 \text{ yani } I_{R^1}(u) \leq I_{M^1}(u),$$

$$0.3 \leq 0.4 \text{ yani } F_{R^1}(u) \leq F_{M^1}(u)$$

ve

$$0.8 \geq 0.2 \text{ yani } T_{R^2}(u) \geq T_{M^2}(u),$$

$$0.7 \leq 0.8 \text{ yani } I_{R^2}(u) \leq I_{M^2}(u),$$

$$0.2 \leq 0.5 \text{ yani } F_{R^2}(u) \leq F_{M^2}(u)$$

olup $R \supseteq M$ 'dir. Dolayısıyla $P \subseteq K$, $Q \supseteq L$ ve $R \supseteq M$ olduğundan $\mathcal{A}_N \subseteq_2 \mathcal{B}_N$ dir.

Tanım 3.11: [51] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$,

$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$ ve

$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK olsun $(i = 1,2, \dots, n)$. $\mathcal{A}_N$'nin ${\mathcal{A}_N}^c$ ile gösterilen tümleyeni aşağıdaki gibi üç tür tümleyen $\{c_1, c_2, c_3\}$ olarak;

(c_1) Tip 1: ${\mathcal{A}_N}^{c_1} = \langle P^c, Q^c, R^c\rangle$,

$$P^c = \left\{\langle u, T_{(P^i)^c}(u), I_{(P^i)^c}(u), F_{(P^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$Q^c = \left\{\langle u, T_{(Q^i)^c}(u), I_{(Q^i)^c}(u), F_{(Q^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$R^c = \left\{\langle u, T_{(R^i)^c}(u), I_{(R^i)^c}(u), F_{(R^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\}.$$

(c_2) Tip 2: ${\mathcal{A}_N}^{c_2} = \langle R, Q, P\rangle$,

(c_3) Tip 3: ${\mathcal{A}_N}^{c_3} = \langle R, Q^c, P\rangle$

$$Q^c = \left\{\langle u, T_{(Q^i)^c}(u), I_{(Q^i)^c}(u), F_{(Q^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

Örnek 3.12: [51] U boştan farklı bir küme olsun.
$P = \{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2,0.9,0.3\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}$
U üzerinde nötrosofik kümeler olacak şekilde $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK alalım.

$\mathcal{A}_N$'nin Tip 1 tümleyeni;

$${\mathcal{A}_N}^{c_1} = \langle\{\langle u, 0.8,0.4,0.4\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.3,0.1,0.2\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.3,0.6,0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

olur. $\mathcal{A}_N$'nin Tip 2 tümleyeni;

$${\mathcal{A}_N}^{c_2} = \langle\{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,0.9,0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

olur. $\mathcal{A}_N$'nin Tip 3 tümleyeni;

$${\mathcal{A}_N}^{c_3} = \langle\{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.3,0.1,0.2\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

olur.

Teorem 3.13: [51] $P=\{\langle u,T_{P^i}(u),I_{P^i}(u),F_{P^i}(u)\rangle: u\in U\}$,

$Q=\{\langle u,T_{Q^i}(u),I_{Q^i}(u),F_{Q^i}(u)\rangle: u\in U\}$ ve

$R=\{\langle u,T_{R^i}(u),I_{R^i}(u),F_{R^i}(u)\rangle: u\in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N=\langle P,Q,R\rangle$ NDNKK olsun $(i=1,2,\ldots,n)$. $\mathcal{A}_N$'nin tümleyeni $\mathcal{A}_N{}^c$ olmak üzere

i. $(\mathcal{A}_N{}^{c_1})^{c_1}=\mathcal{A}_N$

ii. $(\mathcal{A}_N{}^{c_2})^{c_2}=\mathcal{A}_N$

iii. $(\mathcal{A}_N{}^{c_3})^{c_3}=\mathcal{A}_N$

şartları sağlanır.

İspat: $\mathcal{A}_N=\langle P,Q,R\rangle$ NDNKK olsun. Her bir tümleyen tipi için eşitliklerin doğru olduğunu göstermeliyiz. $\mathcal{A}_N$'nin Tip 1 tümleyeni

$$\mathcal{A}_N{}^{c_1}=\langle P^c,Q^c,R^c\rangle$$

için $(\mathcal{A}_N{}^{c_1})^{c_1}=\mathcal{A}_N$ olduğunu gösterelim: $(i=1,2,\ldots,n)$ için

$$P^c=\left\{\langle u,T_{(P^i)^c}(u),I_{(P^i)^c}(u),F_{(P^i)^c}(u)\rangle : u\in U\right\}$$

$$=\left\{\langle u,F_{P^i}(u),1-I_{P^i}(u),T_{P^i}(u)\rangle: u\in U\right\},$$

$$Q^c=\left\{\langle u,T_{(Q^i)^c}(u),I_{(Q^i)^c}(u),F_{(Q^i)^c}(u)\rangle : u\in U\right\}$$

$$=\left\{\langle u,F_{Q^i}(u),1-I_{Q^i}(u),T_{Q^i}(u)\rangle: u\in U\right\},$$

$$R^c=\left\{\langle u,T_{(R^i)^c}(u),I_{(R^i)^c}(u),F_{(R^i)^c}(u)\rangle : u\in U\right\}$$

$$=\left\{\langle u,F_{R^i}(u),1-I_{R^i}(u),T_{R^i}(u)\rangle: u\in U\right\}$$

olur.

$$(P^c)^c=\left\{\langle u,T_{(P^i)^c}(u),I_{(P^i)^c}(u),F_{(P^i)^c}(u)\rangle : u\in U\right\}^c$$

$$= \left\{ \langle u, T_{(P^i)^c}(u), I_{(P^i)^c}(u), F_{(P^i)^c}(u) \rangle^c : u \in U \right\}$$

$$= \left\{ \langle u, F_{P^i}(u), 1 - I_{P^i}(u), T_{P^i}(u) \rangle^c : u \in U \right\}$$

$$= \left\{ \langle u, T_{P^i}(u), 1 - \left(1 - I_{P^i}(u)\right), F_{P^i}(u) \rangle : u \in U \right\}$$

$$= \{ \langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u) \rangle : u \in U \}$$

$$= P,$$

$$(Q^c)^c = \left\{ \langle u, T_{(Q^i)^c}(u), I_{(Q^i)^c}(u), F_{(Q^i)^c}(u) \rangle : u \in U \right\}^c$$

$$= \left\{ \langle u, T_{(Q^i)^c}(u), I_{(Q^i)^c}(u), F_{(Q^i)^c}(u) \rangle^c : u \in U \right\}$$

$$= \left\{ \langle u, F_{Q^i}(u), 1 - I_{Q^i}(u), T_{Q^i}(u) \rangle^c : u \in U \right\}$$

$$= \left\{ \langle u, T_{Q^i}(u), 1 - \left(1 - I_{Q^i}(u)\right), F_{Q^i}(u) \rangle : u \in U \right\}$$

$$= \left\{ \langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u) \rangle : u \in U \right\}$$

$$= Q,$$

$$(R^c)^c = \left\{ \langle u, T_{(R^i)^c}(u), I_{(R^i)^c}(u), F_{(R^i)^c}(u) \rangle : u \in U \right\}^c$$

$$= \left\{ \langle u, T_{(R^i)^c}(u), I_{(R^i)^c}(u), F_{(R^i)^c}(u) \rangle^c : u \in U \right\}$$

$$= \left\{ \langle u, F_{R^i}(u), 1 - I_{R^i}(u), T_{R^i}(u) \rangle^c : u \in U \right\}$$

$$= \left\{ \langle u, T_{R^i}(u), 1 - \left(1 - I_{R^i}(u)\right), F_{R^i}(u) \rangle : u \in U \right\}$$

$$= \{ \langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u) \rangle : u \in U \}$$

$$= R,$$

dir. Dolayısıyla

$$({\mathcal{A}_N}^{c_1})^{c_1} = \langle P^c, Q^c, R^c \rangle^{c_1}$$

$$= \langle (P^c)^c, (Q^c)^c, (R^c)^c \rangle$$

$$= \langle P, Q, R \rangle$$

olup

$$({\mathcal{A}_N}^{c_1})^{c_1} = \mathcal{A}_N$$

dir. $\mathcal{A}_N$'nin Tip 2 tümleyeni

$${\mathcal{A}_N}^{c_2} = \langle R, Q, P \rangle$$

için $({\mathcal{A}_N}^{c_2})^{c_2} = \mathcal{A}_N$ olduğunu gösterelim:

$$({\mathcal{A}_N}^{c_2})^{c_2} = \langle R, Q, P \rangle^{c_2}$$

$$= \langle P, \mathrm{Q}, \mathrm{R} \rangle$$

olup

$$({\mathcal{A}_N}^{c_2})^{c_2} = \mathcal{A}_N$$

dir. $\mathcal{A}_N$'nin Tip 3 tümleyeni

$${\mathcal{A}_N}^{c_3} = \langle R, Q^c, P \rangle$$

için $({\mathcal{A}_N}^{c_3})^{c_3} = \mathcal{A}_N$ olduğunu gösterelim:

$$(Q^c)^c = \left\{\langle u, T_{(Q^i)^c}(u), I_{(Q^i)^c}(u), F_{(Q^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\}^c$$

$$= \left\{\langle u, T_{(Q^i)^c}(u), I_{(Q^i)^c}(u), F_{(Q^i)^c}(u)\rangle^c : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, F_{Q^i}(u), 1 - I_{Q^i}(u), T_{Q^i}(u)\rangle^c : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{Q^i}(u), 1 - \left(1 - I_{Q^i}(u)\right), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= Q$$

dir. Dolayısıyla

$$({\mathcal{A}_N}^{c_3})^{c_3} = \langle R, Q^c, P \rangle^{c_3}$$

$$= \langle P, (Q^c)^c, R \rangle$$

$$= \langle P, Q, R \rangle$$

olup

$$(\mathcal{A}_N{}^{c_3})^{c_3} = \mathcal{A}_N$$

dir. Böylece her bir tümleyen tipi için

$$(\mathcal{A}_N{}^{c_1})^{c_1} = \mathcal{A}_N$$

$$(\mathcal{A}_N{}^{c_2})^{c_2} = \mathcal{A}_N$$

$$(\mathcal{A}_N{}^{c_3})^{c_3} = \mathcal{A}_N$$

olduğu gösterilmiştir.■

Tanım 3.14: [51] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u) \rangle : u \in U\}$,

$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u) \rangle : u \in U\}$ ve

$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u) \rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ NDNKK olsun $(i = 1,2, \dots, n)$.

1) $\mathcal{A}_N$, NDNKK-Tip 1 ise bu durumda $\mathcal{A}_N$'nin tümleyeni $\mathcal{A}_N{}^c$, bir tür tümleyen Tip2 olarak tanımlanır: $\mathcal{A}_N{}^{c_2} = \langle R, Q, P \rangle$.

2) $\mathcal{A}_N$, NDNKK-Tip 2 ise bu durumda $\mathcal{A}_N$'nin tümleyeni $\mathcal{A}_N{}^c$, bir tür tümleyen Tip2 olarak tanımlanır: $\mathcal{A}_N{}^{c_2} = \langle R, Q, P \rangle$.

3) $\mathcal{A}_N$, NDNKK-Tip 3 ise bu durumda $\mathcal{A}_N$'nin tümleyeni $\mathcal{A}_N{}^c$, aşağıdaki gibi üç tür tümleyen olarak tanımlanır:

(c_1) Tip 1: $\mathcal{A}_N{}^{c_1} = \langle P^c, Q^c, R^c \rangle$,

$$P^c = \left\{ \langle u, T_{(P^i)^c}(u), I_{(P^i)^c}(u), F_{(P^i)^c}(u) \rangle : u \in U \right\},$$

$$Q^c = \left\{ \langle u, T_{(Q^i)^c}(u), I_{(Q^i)^c}(u), F_{(Q^i)^c}(u) \rangle : u \in U \right\},$$

$$R^c = \left\{\langle u, T_{(R^i)^c}(u), I_{(R^i)^c}(u), F_{(R^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\}.$$

(c_2) Tip 2: $\mathcal{A}_N{}^{c_2} = \langle R, Q, P\rangle$,

(c_3) Tip3 : $\mathcal{A}_N{}^{c_3} = \langle R, Q^c, P\rangle$.

$$Q^c = \left\{\langle u, T_{(Q^i)^c}(u), I_{(Q^i)^c}(u), F_{(Q^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\}.$$

Örnek 3.15: [51] U boştan farklı bir küme olsun. $P = \{\langle u, 0{,}0.3{,}1\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.4{,}1{,}1\rangle : u \in U\}$ ve $R = \{\langle u, 0{,}1{,}0.8\rangle : u \in U\}$ U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK-Tip 1 alalım:

$$\mathcal{A}_N = \langle\{\langle u, 0{,}0.3{,}1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.4{,}1{,}1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0{,}1{,}0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

dir. $\mathcal{A}_N$'nin tümleyeni, $\mathcal{A}_N{}^{c_2} = \langle R, Q, P\rangle$ dir. Yani

$$\mathcal{A}_N{}^{c_2} = \langle\{\langle u, 0{,}1{,}0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.4{,}1{,}1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0{,}0.3{,}1\rangle : u \in U\}\rangle$$

dir.

Örnek 3.16: [51] U boştan farklı bir küme olsun. $P = \{\langle u, 0{,}0{,}1\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0{,}0{,}1\rangle : u \in U\}$ ve $R = \{\langle u, 1{,}1{,}0\rangle : u \in U\}$ U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK-Tip 2 alalım:

$$\mathcal{A}_N = \langle\{\langle u, 0{,}0{,}1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0{,}0{,}1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 1{,}1{,}0\rangle : u \in U\}\rangle$$

dur. $\mathcal{A}_N$'nin tümleyeni, $\mathcal{A}_N{}^{c_2} = \langle R, Q, P\rangle$ dir. Yani

$$\mathcal{A}_N{}^{c_2} = \langle\{\langle u, 1{,}1{,}0\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0{,}0{,}1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0{,}0{,}1\rangle : u \in U\}\rangle$$

dur.

Örnek 3.17: [51] U boştan farklı bir küme olsun. $P = \{\langle u, 0{,}0.6{,}1\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 1{,}0{,}0.7\rangle : u \in U\}$ ve $R = \{\langle u, 0.2{,}1{,}0\rangle : u \in U\}$ U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK-Tip 3 alalım. $\mathcal{A}_N$'nin tümleyeni üç tür tümleyen olarak tanımlanabilir:

Tip 1: $\mathcal{A}_N{}^{c_1} = \langle P^c, Q^c, R^c\rangle$

$$= \langle\{\langle u, 1{,}0.4{,}0\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.7{,}1{,}1\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0{,}0{,}0.2\rangle : u \in U\}\rangle.$$

Tip 2 : $\mathcal{A}_N{}^{c_2} = \langle R, Q, P \rangle$

$$= \langle \{\langle u, 0.2,1,0 \rangle : u \in U\}, \{\langle u, 1,0,0.7 \rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0,0.6,1 \rangle : u \in U\} \rangle.$$

Tip 3: $\mathcal{A}_N{}^{c_3} = \langle R, Q^c, P \rangle$

$$= \langle \{\langle u, 0.2,1,0 \rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.7,1,1 \rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0,0.6,1 \rangle : u \in U\} \rangle.$$

Tanım 3.18: [51] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u) \rangle : u \in U\}$,

$$Q = \left\{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u) \rangle : u \in U\right\},$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$$K = \{\langle u, T_{K^i}(u), I_{K^i}(u), F_{K^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$L = \{\langle u, T_{L^i}(u), I_{L^i}(u), F_{L^i}(u) \rangle : u \in U\}$ ve

$$M = \{\langle u, T_{M^i}(u), I_M(u), F_{M^i}(u) \rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M \rangle$ iki NDNKK olsun $(i = 1,2, \dots, n)$. $\forall u \in U$ için $\mathcal{A}_N$ ile $\mathcal{B}_N$'nin kesişimi iki tip olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

Tip 1: $\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cap L, R \cup M \rangle$

$$P \cap K = \left\{\langle u, T_{P^i \cap K^i}(u), I_{P^i \cap K^i}(u), F_{P^i \cap K^i}(u) \rangle : u \in U\right\},$$

$$Q \cap L = \left\{\langle u, T_{Q^i \cap L^i}(u), I_{Q^i \cap L^i}(u), F_{Q^i \cap L^i}(u) \rangle : u \in U\right\},$$

$$R \cup M = \left\{\langle u, T_{R^i \cup M^i}(u), I_{R^i \cup M^i}(u), F_{R^i \cup M^i}(u) \rangle : u \in U\right\}.$$

Tip 2: $\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cup L, R \cup M \rangle$

$$P \cap K = \left\{\langle u, T_{P^i \cap K^i}(u), I_{P^i \cap K^i}(u), F_{P^i \cap K^i}(u) \rangle : u \in U\right\},$$

$$Q \cup L = \left\{\langle u, T_{Q^i \cup L^i}(u), I_{Q^i \cup L^i}(u), F_{Q^i \cup L^i}(u) \rangle : u \in U\right\},$$

$$R \cup M = \left\{\langle u, T_{R^i \cup M^i}(u), I_{R^i \cup M^i}(u), F_{R^i \cup M^i}(u) \rangle : u \in U\right\}.$$

Örnek 3.19: [51] U boştan farklı bir küme olsun.

$P = \{\langle u, 0.4,0.6,0.5 \rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2,0.9,0.3 \rangle : u \in U\}$, $R = \{\langle u, 0.8,0.4,0.9 \rangle : u \in U\}$,

$K = \{\langle u, 0.7, 0.1, 0.8\rangle : u \in U\}$, $L = \{\langle u, 0.6, 0, 0.8\rangle : u \in U\}$ ve $M = \{\langle u, 0.6, 0.6, 0.3\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun. $\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N$'i bulalım:

$\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cap L, R \cup M\rangle$ dir. Önce $P \cap K$ kümesini bulmalıyız:

$$T_{P\cap K}(u) = min\{T_P(u), T_K(u)\} = min\{0.4, 0.7\} = 0.4$$

$$I_{P\cap K}(u) = max\{I_P(u), I_K(u)\} = max\{0.6, 0.1\} = 0.6$$

$$F_{P\cap K}(u) = max\{F_P(u), F_K(u)\} = max\{0.5, 0.8\} = 0.8$$

olup

$$P \cap K = \{\langle u, 0.4, 0.6, 0.8\rangle : u \in U\}$$

olur. $Q \cap L$'yi bulalım:

$$T_{Q\cap L}(x) = min\{T_Q(u), T_L(u)\} = min\{0.2, 0.6\} = 0.2$$

$$I_{Q\cap L}(u) = max\{I_Q(u), I_L(u)\} = max\{0.9, 0\} = 0.9$$

$$F_{Q\cap L}(u) = max\{F_Q(u), F_L(u)\} = max\{0.3, 0.8\} = 0.8$$

olup

$$Q \cap L = \{\langle u, 0.2, 0.9, 0.8\rangle : u \in U\}$$

olur. $R \cup M$'yi bulalım:

$$T_{R\cup M}(x) = max\{T_R(u), T_M(u)\} = max\{0.8, 0.6\} = 0.8$$

$$I_{R\cup M}(x) = min\{I_R(u), I_M(u)\} = min\{0.4, 0.6\} = 0.4$$

$$F_{R\cup M}(x) = min\{F_R(u), F_M(u)\} = min\{0.9, 0.3\} = 0.3$$

olup

$$R \cup M = \{\langle u, 0.8, 0.4, 0.3\rangle : u \in U\}$$

olur. Buradan

$\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cap L, R \cup M\rangle$

$= \langle\{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}\rangle$

elde edilir. Şimdi $\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N$'i bulalım:

$\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cup L, R \cup M\rangle$ dir. Bunun için $Q \cup L$'yi bulmalıyız:

$$T_{Q\cup L}(u) = max\{T_Q(u), T_L(u)\} = max\{0.2,0.6\} = 0.6$$

$$I_{Q\cup L}(u) = min\{I_Q(u), I_L(u)\} = min\{0.9,0\} = 0$$

$$F_{Q\cup L}(u) = min\{F_Q(u), F_L(u)\} = min\{0.3,0.8\} = 0.3$$

olup

$$Q \cup L = \{\langle u, 0.6,0,0.3\rangle : u \in U\}$$

olur. Buradan

$\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cup L, R \cup M\rangle$

$= \langle\{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0,0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}\rangle$

elde edilir.

Teorem 3.20: (Tek kuvvet özelliği)

$$P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\} \text{ ve}$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK olsun $(i = 1,2, \dots, n)$. $\forall u \in U$ için Tip 1 kesişim ve Tip 2 kesişim için tek kuvvet özelliği vardır. Yani;

i. $\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{A}_N = \mathcal{A}_N$
ii. $\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{A}_N = \mathcal{A}_N$

dir.

İspat: $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK alalım.

i. $\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{A}_N = \mathcal{A}_N$ olduğunu gösterelim:

Tip 1 $\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle \cap_1 \langle P, Q, R\rangle = \langle P \cap P, Q \cap Q, R \cup R\rangle$ alalım. Burada

$$P \cap P = \{\langle u, T_{P^i \cap P^i}(u), I_{P^i \cap P^i}(u), F_{P^i \cap P^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

olup

$$T_{P^i \cap P^i}(u) = min\{T_{P^i}(u), T_{P^i}(u)\} = T_{P^i}(u),$$

$$I_{P^i \cap P^i}(u) = max\{I_{P^i}(u), I_{P^i}(u)\} = I_{P^i}(u),$$

$$F_{P^i \cap P^i}(u) = max\{F_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\} = F_{P^i}(u)$$

olduğundan

$$P \cap P = \{\langle u, T_{P^i \cap P^i}(u), I_{P^i \cap P^i}(u), F_{P^i \cap P^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle x, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= P$$

dir.

$$Q \cap Q = \{\langle u, T_{Q^i \cap Q^i}(u), I_{Q^i \cap Q^i}(u), F_{Q^i \cap Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

olup

$$T_{Q^i \cap Q^i}(u) = min\{T_{Q^i}(u), T_{Q^i}(u)\} = T_{Q^i}(u),$$

$$I_{Q^i \cap Q^i}(u) = max\{I_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u)\} = I_{Q^i}(u),$$

$$F_{Q^i \cap Q^i}(u) = max\{F_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\} = F_{Q^i}(u)$$

olduğundan

$$Q \cap Q = \{\langle u, T_{Q^i \cap Q^i}(u), I_{Q^i \cap Q^i}(u), F_{Q^i \cap Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= Q$$

dur.

$$R \cup R = \left\{\langle u, T_{R^i \cup R^i}(u), I_{R^i \cup R^i}(u), F_{R^i \cup R^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

olup

$$T_{R^i \cup R^i}(u) = max\left\{T_{R^i}(u), T_{R^i}(u)\right\} = T_{R^i}(u),$$

$$I_{R^i \cup R^i}(u) = min\left\{I_{R^i}(u), I_{R^i}(u)\right\} = I_{R^i}(u),$$

$$F_{R^i \cup R^i}(u) = min\left\{F_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\right\} = F_{R^i}(u)$$

olduğundan

$$R \cup R = \left\{\langle u, T_{R^i \cup R^i}(u), I_{R^i \cup R^i}(u), F_{R^i \cup R^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= R$$

dir. Dolayısıyla

$$\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle \cap_1 \langle P, Q, R\rangle$$

$$= \langle P \cap P, Q \cap Q, R \cup R\rangle$$

$$= \langle P, Q, R\rangle$$

$$= \mathcal{A}_N$$

elde edilir. Benzer şekilde ii. nin de sağlandığı gösterilebilir. ■

Örnek 3.21: U boştan farklı bir küme olsun. $P = \{\langle u, 0.4,0.6,0.5\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2,0.9,0.3\rangle : u \in U\}$ ve $R = \{\langle u, 0.8,0.4,0.9\rangle : u \in U\}$ U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ NDNKK alalım.

$$\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle \cap_1 \langle P, Q, R\rangle$$

$$= \langle P \cap P, Q \cap Q, R \cup R\rangle$$

dir. $P \cap P$ kümesini bulalım:

$$T_{P \cap P}(u) = min\{T_P(u), T_P(u)\} = min\{0.4,0.4\} = 0.4 = T_P(u)$$

$$I_{P\cap P}\,(u) = max\{I_P(u), I_P(u)\} = max\{0.6{,}0.6\} = 0.6 = I_P(u)$$

$$F_{P\cap P}\,(u) = max\{F_P(u), F_P(u)\} = max\{0.5{,}0.5\} = 0.5 = F_P(u)$$

olup

$$P \cap P \;= \{\langle x, 0.4{,}0.6{,}0.5\rangle : u \in X\} = P$$

elde edilir. $Q \cap Q$ kümesini bulalım:

$$T_{Q\cap Q}\;\;(u) = min\{T_Q(u), T_Q(u)\} = min\{0.2{,}0.2\} = 0.2 = T_Q(u)$$

$$I_{Q\cap Q}\;\;(u) = max\{I_Q(u), I_Q(u)\} = max\{0.9{,}0.9\} = 0.9 = I_Q(u)$$

$$F_{Q\cap Q}\;\;(u) = max\{F_Q(u), F_Q(u)\} = max\{0.3{,}0.3\} = 0.3 = F_Q(u)$$

olup

$$Q \cap Q \;\;= \{\langle u, 0.2{,}0.9{,}0.3\rangle : u \in U\} = Q$$

elde edilir. $R \cup R$ kümesini bulalım:

$$T_{R\cup R}\;(x) = max\{T_R(u), T_R(u)\} = \; max\{0.8{,}0.8\} = 0.8 = T_R(u),$$

$$I_{R\cup R}\;(x) = min\{I_R(u), I_R(u)\} = min\{0.4{,}0.4\} = 0.4 = I_R(u),$$

$$F_{R\cup R}\;(x) = min\{F_R(u), F_R(u)\} = min\{0.9{,}0.9\} = 0.9 = F_R(u)$$

olup

$$R \cup R \;= \{\langle x, 0.8{,}0.4{,}0.9\rangle : u \in U\} = R$$

elde edilir. Böylece

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{A}_N &= \langle P, Q, R\rangle \cap_1 \langle P, Q, R\rangle \\ &= \langle P \cap P, Q \cap Q, R \cup R\rangle \\ &= \langle P, Q, R\rangle \\ &= \mathcal{A}_N \end{aligned}$$

olur.

$$\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle \cap_2 \langle P, Q, R \rangle = \langle P \cap P, Q \cup Q, R \cup R \rangle$$

dir. $Q \cup Q$ kümesini bulalım:

$$T_{Q\cup Q}(u) = max\{T_Q(u), T_Q(u)\} = max\{0.2, 0.2\} = 0.2 = T_Q(u),$$

$$I_{Q\cup Q}\ (u) = min\{I_Q(u), I_Q(u)\} = min\{0.9, 0.9\} = 0.9 = I_Q(u),$$

$$F_{Q\cup Q}\ (u) = min\{F_Q(u), F_Q(u)\} = min\{0.3, 0.3\} = 0.9 = F_Q(u)$$

olup

$$Q \cup Q = \{\langle u, 0.2, 0.9, 0.3 \rangle : u \in U\} = Q$$

elde edilir. Böylece

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{A}_N &= \langle P, Q, R \rangle \cap_2 \langle P, Q, R \rangle \\ &= \langle P \cap P, Q \cup Q, R \cup R \rangle \\ &= \langle P, Q, R \rangle \\ &= \mathcal{A}_N \end{aligned}$$

olur.

Teorem 3.22: (Değişme Özelliği)

$$P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$$K = \{\langle u, T_{K^i}(u), I_{K^i}(u), F_{K^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$$L = \{\langle u, T_{L^i}(u), I_{L^i}(u), F_{L^i}(u) \rangle : u \in U\} \text{ ve}$$

$$M = \{\langle u, T_{M^i}(u), I_M(u), F_{M^i}(u) \rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M \rangle$ iki NDNKK olsun $(i = 1,2, \ldots, n)$. $\forall u \in U$ için $\mathcal{A}_N$ ile $\mathcal{B}_N$'nin $\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N$ ve $\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N$ ile gösterilen iki tip kesişimi için değişme özelliği vardır. Yani;

i. $\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N = \mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{A}_N$

ii. $\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N = \mathcal{B}_N \cap_2 \mathcal{A}_N$

dir.

İspat: $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun.

Tip 1: $\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cap L, R \cup M\rangle$ alalım. Burada

$$T_{P^i \cap K^i}(u) = min\{T_{P^i}(u), T_{K^i}(u)\} = min\{T_{K^i}(u), T_{P^i}(u)\} = T_{K^i \cap P^i}(u),$$

$$I_{P^i \cap K^i}(u) = max\{I_{P^i}(u), I_{K^i}(u)\} = max\{I_{K^i}(u), I_{P^i}(u)\} = I_{K^i \cap P^i}(u),$$

$$F_{P^i \cap K^i}(u) = max\{F_{P^i}(u), F_{K^i}(u)\} = max\{F_{K^i}(u), F_{P^i}(u)\} = F_{P^i \cap K^i}(u)$$

olduğundan

$$P \cap K = \{\langle u, T_{P^i \cap K^i}(u), I_{P^i \cap K^i}(u), F_{P^i \cap K^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle u, T_{K^i \cap P^i}(u), I_{K^i \cap P^i}(u), F_{K^i \cap P^i}(u)\rangle : u \in U\} = K \cap P$$

elde edilir.

$$T_{Q^i \cap L^i}(u) = min\{T_{Q^i}(u), T_{L^i}(u)\} = min\{T_{L^i}(u), T_{Q^i}(u)\} = T_{L^i \cap Q^i}(u),$$

$$I_{Q^i \cap L^i}(u) = max\{I_{Q^i}(u), I_{L^i}(u)\} = max\{I_{L^i}(u), I_{Q^i}(u)\} = I_{L^i \cap Q^i}(u),$$

$$F_{Q^i \cap L^i}(u) = max\{F_{Q^i}(u), F_{L^i}(u)\} = max\{F_{L^i}(u), F_{Q^i}(u)\} = F_{L^i \cap Q^i}(u)$$

olduğundan

$$Q \cap L = \{\langle u, T_{Q^i \cap L^i}(u), I_{Q^i \cap L^i}(u), F_{Q^i \cap L^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle u, T_{L^i \cap Q^i}(u), I_{L^i \cap Q^i}(u), F_{L^i \cap Q^i}(u)\rangle : u \in U\} = L \cap Q$$

elde edilir.

$$T_{R^i \cup M^i}(u) = max\{T_{R^i}(u), T_{M^i}(u)\} = max\{T_{M^i}(u), T_{R^i}(u)\} = T_{M^i \cup R^i}(u),$$

$$I_{R^i \cup M^i}(u) = min\{I_{R^i}(u), I_{M^i}(u)\} = min\{I_{M^i}(u), I_{R^i}(u)\} = I_{M^i \cup R^i}(u),$$

$$F_{R^i \cup M^i}(u) = min\{F_{R^i}(u), F_{M^i}(u)\} = min\{F_{M^i}(u), F_{R^i}(u)\} = F_{M^i \cup R^i}(u)$$

olduğundan

$$R \cup M = \left\{\langle u, T_{R^i \cup M^i}(u), I_{R^i \cup M^i}(u), F_{R^i \cup M^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{M^i \cup R^i}(u), I_{M^i \cup R^i}(u), F_{M^i \cup R^i}(u)\rangle : u \in U\right\} = M \cup R$$

elde edilir. Buradan da

$$\text{Tip 1: } \mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cap L, R \cup M\rangle$$

$$= \langle K \cap P, L \cap Q, M \cup R\rangle$$

$$= \langle K, L, M\rangle \cap_1 \langle P, Q, R\rangle$$

$$= \mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{A}_N$$

elde edilir. Şimdi de

Tip 2: $\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cup L, R \cup M\rangle$ alalım. Burada

$$T_{P^i \cap K^i}(u) = min\left\{T_{P^i}(u), T_{K^i}(u)\right\} = min\left\{T_{K^i}(u), T_{P^i}(u)\right\} = T_{K^i \cap P^i}(u),$$

$$I_{P^i \cap K^i}(u) = max\left\{I_{P^i}(u), I_{K^i}(u)\right\} = max\left\{I_{K^i}(u), I_{P^i}(u)\right\} = I_{K^i \cap P^i}(u),$$

$$F_{P^i \cap K^i}(u) = max\left\{F_{P^i}(u), F_{K^i}(u)\right\} = max\left\{F_{K^i}(u), F_{P^i}(u)\right\} = F_{K^i \cap P^i}(u)$$

olduğundan

$$P \cap K = \left\{\langle u, T_{P^i \cap K^i}(u), I_{P^i \cap K^i}(u), F_{P^i \cap K^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{K^i \cap P^i}(u), I_{K^i \cap P^i}(u), F_{K^i \cap P^i}(u)\rangle : u \in U\right\} = K \cap P$$

elde edilir.

$$T_{Q^i \cup L^i}(u) = max\left\{T_{Q^i}(u), T_{L^i}(u)\right\} = max\left\{T_{L^i}(u), T_{Q^i}(u)\right\} = T_{L^i \cup Q^i}(u),$$

$$I_{Q^i \cup L^i}(u) = min\left\{I_{Q^i}(u), I_{L^i}(u)\right\} = min\left\{I_{L^i}(u), I_{Q^i}(u)\right\} = I_{L^i \cup Q^i}(u),$$

$$F_{Q^i \cup L^i}(u) = min\left\{F_{Q^i}(u), F_{L^i}(u)\right\} = min\left\{F_{L^i}(u), F_{Q^i}(u)\right\} = F_{L^i \cup Q^i}(u)$$

olduğundan

$$Q \cup L = \left\{\langle u, T_{Q^i \cup L^i}(u), I_{Q^i \cup L^i}(u), F_{Q^i \cup L^i}(u))\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{L^i \cup Q^i}(u), I_{L^i \cup Q^i}(u), F_{L^i \cup Q^i}(u)\rangle : u \in U\right\} = L \cap Q$$

elde edilir.

$$T_{R^i \cup M^i}(u) = max\left\{T_{R^i}(u), T_{M^i}(u)\right\} = max\left\{T_{M^i}(u), T_{R^i}(u)\right\} = T_{M^i \cup R^i}(u),$$

$$I_{R^i \cup M^i}(u) = min\left\{I_{R^i}(u), I_{M^i}(u)\right\} = min\left\{I_{M^i}(u), I_{R^i}(u)\right\} = I_{M^i \cup R^i}(u),$$

$$F_{R^i \cup M^i}(u) = min\left\{F_{R^i}(u), F_{M^i}(u)\right\} = min\left\{F_{M^i}(u), F_{R^i}(u)\right\} = F_{M^i \cup R^i}(u)$$

olduğundan

$$R \cup M = \left\{\langle u, T_{R^i \cup M^i}(u), I_{R^i \cup M^i}(u), F_{R^i \cup M^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{M^i \cup R^i}(u), I_{M^i \cup R^i}(u), F_{M^i \cup R^i}(u)\rangle : u \in U\right\} = M \cup R$$

elde edilir. Buradan da

Tip 2: $\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cup L, R \cup M\rangle$

$$= \langle K \cap P, L \cup Q, M \cup R\rangle$$

$$= \langle K, L, M\rangle \cap_2 \langle P, Q, R\rangle$$

$$= \mathcal{B}_N \cap_2 \mathcal{A}_N$$

elde edilir. ■

Örnek 3.23: Örnek 3.19'daki

$P = \{\langle u, 0.4,0.6,0.5\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2,0.9,0.3\rangle : u \in U\}$, $R = \{\langle u, 0.8,0.4,0.9\rangle : u \in U\}$

$K = \{\langle u, 0.7,0.1,0.8\rangle : u \in U\}$, $L = \{\langle u, 0.6,0,0.8\rangle : u \in U\}$ ve $M = \{\langle u, 0.6,0.6,0.3\rangle : u \in U\}$

olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ NDNKK'leri için

$\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N = \langle\{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}\rangle$

ve

$\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N = \langle\{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0,0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}\rangle$

elde etmiştik. Şimdi $\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{A}_N$' i ve $\mathcal{B}_N \cap_2 \mathcal{A}_N$' i bulalım:

$$\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{A}_N = \langle K, L, M\rangle \cap_1 \langle P, Q, R\rangle = \langle K \cap P, L \cap Q, \mathrm{M} \cup R\rangle$$

dir. $K \cap P$ kümesini bulalım:

$$T_{K\cap P}(u) = min\{T_K(u), T_P(u)\} = min\{0.7,0.4\} = 0.4$$

$$I_{K\cap P}(u) = max\{I_K(u), I_P(u)\} = max\{0.1,0.6\} = 0.6$$

$$F_{K\cap P}(u) = max\{F_K(u), F_P(u)\} = max\{0.8,0.5\} = 0.8$$

olup

$$K \cap P = \{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}$$

elde edilir. $L \cap Q$ kümesini bulalım:

$$T_{L\cap Q}(u) = min\{T_L(u), T_Q(u)\} = min\{0.6,0.2\} = 0.2$$

$$I_{L\cap Q}(u) = max\{I_L(u), I_Q(u)\} = max\{0,0.9\} = 0.9$$

$$F_{L\cap Q}(u) = max\{F_L(u), F_Q(u)\} = max\{0.8,0.3\} = 0.8$$

olup

$$L \cap Q = \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}$$

olur. $\mathrm{M} \cup R$ kümesini bulalım:

$$T_{\mathrm{M}\cup R}(u) = max\{T_M(u), T_R(u)\} = max\{0.6,0.8\} = 0.8$$

$$I_{\mathrm{M}\cup R}(u) = min\{I_M(u), I_R(u)\} = min\{0.6,0.4\} = 0.4$$

$$F_{\mathrm{M}\cup R}(u) = min\{F_M(u), F_R(u)\} = min\{0.3,0.9\} = 0.3$$

olup

$$\mathrm{M} \cup R = \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}$$

olur. Dolayısıyla

$$\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{A}_N = \langle \{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}\rangle$$

bulunur. Diğer taraftan

$$\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N = \langle \{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}\rangle$$

olduğundan

$$\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{A}_N = \mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N$$

elde edilir. Şimdi de $\mathcal{B}_N \cap_2 \mathcal{A}_N$'yi bulalım:

$$\mathcal{B}_N \cap_2 \mathcal{A}_N = \langle K, L, M\rangle \cap_2 \langle P, Q, R\rangle = \langle K \cap P, L \cup Q, M \cup R\rangle$$

dir. $K \cap P$ kümesi

$$K \cap P = \{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}$$

olarak bulunmuştu. $L \cup Q$'yu bulalım:

$$T_{L\cup Q}(u) = max\{T_L(u), T_Q(u)\} = max\{0.6,0.2\} = 0.6$$

$$I_{L\cup Q}(u) = min\{I_L(u), I_Q(u)\} = min\{0,0.9\} = 0$$

$$F_{L\cup Q}(u) = min\{F_L(u), F_Q(u)\} = min\{0.8,0.3\} = 0.3$$

olup

$$L \cup Q = \{\langle u, 0.6,0,0.3\rangle : u \in U\}$$

olur. $M \cup R$ kümesi de

$$M \cup R = \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}$$

olarak bulunmuştu. Dolayısıyla

$$\mathcal{B}_N \cap_2 \mathcal{A}_N = \langle\{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0,0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}\rangle$$

bulunur. Diğer taraftan

$$\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N = \langle\{\langle u, 0.4,0.6,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0,0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.4,0.3\rangle : u \in U\}\rangle$$

olduğundan

$$\mathcal{B}_N \cap_2 \mathcal{A}_N = \mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N$$

elde edilir.

Tanım 3.24: [51] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$,

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$K = \{\langle u, T_{K^i}(u), I_{K^i}(u), F_{K^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$L = \{\langle u, T_{L^i}(u), I_{L^i}(u), F_{L^i}(u)\rangle : u \in U\} \text{ ve}$$

$$M = \{\langle u, T_{M^i}(u), I_{M}(u), F_{M^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun $(i = 1,2, \ldots, n)$. $\forall u \in U$ için $\mathcal{A}_N$ ile $\mathcal{B}_N$'nin birleşimi iki tip olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

Tip 1: $\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cap L, R \cap M\rangle$,

$$P \cup K = \{\langle u, T_{P^i \cup K^i}(u), I_{P^i \cup K^i}(u), F_{P^i \cup K^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$Q \cap L = \{\langle u, T_{Q^i \cap L^i}(u), I_{Q^i \cap L^i}(u), F_{Q^i \cap L^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$R \cap M = \{\langle u, T_{R^i \cap M^i}(u), I_{R^i \cap M^i}(u), F_{R^i \cap M^i}(u)\rangle : u \in U\}.$$

Tip 2: $\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cup L, R \cap M\rangle$,

$$P \cup K = \{\langle u, T_{P^i \cup K^i}(u), I_{P^i \cup K^i}(u), F_{P^i \cup K^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$Q \cup L = \{\langle u, T_{Q^i \cup L^i}(u), I_{Q^i \cup L^i}(u), F_{Q^i \cup L^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$R \cap M = \{\langle u, T_{R^i \cap M^i}(u), I_{R^i \cap M^i}(u), F_{R^i \cap M^i}(u)\rangle : u \in U\}.$$

Örnek 3.25: [51] U boştan farklı bir küme olsun.

$P = \{\langle u, 0.4, 0.6, 0.5\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2, 0.9, 0.3\rangle : u \in U\}$, $R = \{\langle u, 0.8, 0.4, 0.9\rangle : u \in U\}$,

$K = \{\langle u, 0.7, 0.1, 0.8\rangle : u \in U\}$, $L = \{\langle u, 0.6, 0, 0.8\rangle : u \in U\}$ ve $M = \{\langle u, 0.6, 0.6, 0.3\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun. $\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N$'i bulalım.

$$\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cap L, R \cap M\rangle$$

dir. Bunun için önce $P \cup K$'yi bulmalıyız:

$$T_{P\cup K}(u) = max\{T_P(u), T_K(u)\} = max\{0.4,0.7\} = 0.7$$

$$I_{P\cup K}(u) = min\{I_P(u), I_K(u)\} = min\{0.6,0.1\} = 0.1$$

$$F_{P\cup K}(u) = min\{I_P(u), I_K(u)\} = min\{0.5,0.8\} = 0.5$$

olup

$$P \cup K = \{\langle u, 0.7,0.1,0.5\rangle : u \in U\}$$

olur. $Q \cap L$'yi bulalım:

$$T_{Q\cap L}(u) = min\{T_Q(u), T_L(u)\} = min\{0.2,0.6\} = 0.2$$

$$I_{Q\cap L}(u) = max\{I_Q(u), I_L(u)\} = max\{0.9,0\} = 0.9$$

$$F_{Q\cap L}(u) = max\{F_Q(u), F_L(u)\} = max\{0.3,0.8\} = 0.8$$

olup

$$Q \cap L = \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}$$

olur. $R \cap M$'yi bulalım:

$$T_{R\cap M}(u) = min\{T_R(u), T_M(u)\} = min\{0.8,0.6\} = 0.6$$

$$I_{R\cap M}(u) = max\{I_R(u), I_M(u)\} = max\{0.4,0.6\} = 0.6$$

$$F_{R\cap M}(u) = max\{F_R(u), F_M(u)\} = max\{0.9,0.3\} = 0.9$$

olup

$$R \cap M = \{\langle u, 0.6,0.6,0.9\rangle : u \in U\}$$

olur. Buradan

$\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cap L, R \cap M\rangle$

$= \langle\{\langle u, 0.7,0.1,0.5\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0.6,0.9\rangle : u \in U\}\rangle$

elde edilir. $\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N$'i bulalım.

$$\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cup L, R \cap M \rangle$$

dir. Bunun için $Q \cup L$'yi bulmalıyız:

$$T_{Q \cup L}(u) = max\{T_Q(u), T_L(u)\} = max\{0.2, 0.6\} = 0.6$$

$$I_{Q \cup L}(u) = min\{I_Q(u), I_L(u)\} = min\{0.9, 0\} = 0$$

$$F_{Q \cup L}(u) = min\{F_Q(u), F_L(u)\} = min\{0.3, 0.8\} = 0.3$$

olup

$$Q \cup L = \{\langle u, 0.6, 0, 0.3 \rangle : u \in U\}$$

olur. Buradan

$\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cup L, R \cap M \rangle$

$= \langle \{\langle u, 0.7, 0.1, 0.5 \rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6, 0, 0.3 \rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6, 0.6, 0.9 \rangle : u \in U\} \rangle$

elde edilir.

Teorem 3.26: (Tek kuvvet özelliği)

$$P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u) \rangle : u \in U\} \text{ ve}$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u) \rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ NDNKK olsun $(i = 1, 2, \dots, n)$. $\forall u \in U$ için Tip 1 birleşim ve Tip 2 birleşim için tek kuvvet özelliği vardır. Yani;

i. $\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{A}_N = \mathcal{A}_N$

ii. $\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{A}_N = \mathcal{A}_N$

dir.

İspat: $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ NDNKK alalım.

i. $\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{A}_N = \mathcal{A}_N$ olduğunu gösterelim:

Tip 1: $\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle \cup_1 \langle P, Q, R\rangle = \langle P \cup P, Q \cap Q, R \cap R\rangle$ alalım. Burada

$$P \cup P = \left\{\langle u, T_{P^i \cup P^i}(u), I_{P^i \cup P^i}(u), F_{P^i \cup P^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

olup

$$T_{P^i \cup P^i}(u) = max\left\{T_{P^i}(u), T_{P^i}(u)\right\} = T_{P^i}(u),$$

$$I_{P^i \cup P^i}(u) = min\left\{I_{P^i}(u), I_{P^i}(u)\right\} = I_{P^i}(u),$$

$$F_{P^i \cup P^i}(u) = min\left\{F_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\right\} = F_{P^i}(u)$$

olduğundan

$$P \cup P = \left\{\langle u, T_{P^i \cup P^i}(u), I_{P^i \cup P^i}(u), F_{P^i \cup P^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= P$$

dır.

$$Q \cap Q = \left\{\langle u, T_{Q^i \cap Q^i}(u), I_{Q^i \cap Q^i}(u), F_{Q^i \cap Q^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

olup

$$T_{Q^i \cap Q^i}(u) = min\left\{T_{Q^i}(u), T_{Q^i}(u)\right\} = T_{Q^i}(u),$$

$$I_{Q^i \cap Q^i}(u) = max\left\{I_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u)\right\} = I_{Q^i}(u),$$

$$F_{Q^i \cap Q^i}(u) = max\left\{F_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\right\} = F_{Q^i}(u)$$

olduğundan

$$Q \cap Q = \left\{\langle u, T_{Q^i \cap Q^i}(u), I_{Q^i \cap Q^i}(u), F_{Q^i \cap Q^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= Q$$

dur.

$$R \cap R = \{\langle u, T_{R^i \cap R^i}(u), I_{R^i \cap R^i}(u), F_{R^i \cap R^i}(u) \rangle : u \in U\}$$

olup

$$T_{R^i \cap R^i}(u) = min\{T_{R^i}(u), T_{R^i}(u)\} = T_{R^i}(u),$$

$$I_{R^i \cap R^i}(u) = max\{I_{R^i}(u), I_{R^i}(u)\} = I_{R^i}(u),$$

$$F_{R^i \cap R^i}(u) = max\{F_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\} = F_{R^i}(u)$$

olduğundan

$$R \cap R = \{\langle u, T_{R^i \cap R^i}(u), I_{R^i \cap R^i}(u), F_{R^i \cap R^i}(u) \rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u) \rangle : u \in U\}$$

$$= R$$

dir. Dolayısıyla

$$\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle \cup_1 \langle P, Q, R \rangle$$

$$= \langle P \cup P, Q \cap Q, R \cap R \rangle$$

$$= \langle P, Q, R \rangle$$

$$= \mathcal{A}_N$$

elde edilir. Benzer şekilde ii. nin de sağlandığı gösterilebilir. ■

Örnek 3.27: U boştan farklı bir küme olsun. $P = \{\langle u, 0.4, 0.6, 0.5 \rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2, 0.9, 0.3 \rangle : u \in U\}$ ve $R = \{\langle u, 0.8, 0.4, 0.9 \rangle : u \in U\}$ U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ NDNKK alalım.

$$\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle \cup_1 \langle P, Q, R \rangle$$

$$= \langle P \cup P, Q \cap Q, R \cap R \rangle$$

dir. $P \cup P$ kümesini bulalım:

$$T_{P \cup P}(u) = max\{T_P(u), T_P(u)\} = max\{0.4, 0.4\} = 0.4 = T_P(u)$$

$$I_{P \cup P}(u) = min\{I_P(u), I_P(u)\} = min\{0.6, 0.6\} = 0.6 = I_P(u)$$

$$F_{P\cup P}(u) = min\{F_P(u), F_P(u)\} = min\{0.5,0.5\} = 0.5 = F_P(u)$$

olup

$$P \cup P \ = \{\langle u, 0.4,0.6,0.5\rangle : u \in U\} = P$$

elde edilir. $Q \cap Q$ kümesini bulalım:

$$T_{Q\cap Q}\ (u) = min\{T_Q(u), T_Q(u)\} = min\{0.2,0.2\} = 0.2 = T_Q(u)$$

$$I_{Q\cap Q}\ (u) = max\{I_Q(u), I_Q(u)\} = max\{0.9,0.9\} = 0.9 = I_Q(u)$$

$$F_{Q\cap Q}\ (u) = max\{F_Q(u), F_Q(u)\} = max\{0.3,0.3\} = 0.3 = F_Q(u)$$

olup

$$Q \cap Q \ = \{\langle u, 0.2,0.9,0.3\rangle : u \in U\} = Q$$

elde edilir. $R \cap R$ kümesini bulalım:

$$T_{R\cap R}(u) = min\{T_R(u), T_R(u)\} = \ min\{0.8,0.8\} = 0.8 = T_R(u),$$

$$I_{R\cap R}(u) = max\{I_R(u), I_R(u)\} = max\{0.4,0.4\} = 0.4 = I_R(u),$$

$$F_{R\cap R}(u) = max\{F_R(u), F_R(u)\} = max\{0.9,0.9\} = 0.9 = F_R(u)$$

olup

$$R \cap R = \{\langle u, 0.8,0.4,0.9\rangle : u \in U\} = R$$

elde edilir. Böylece

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{A}_N &= \langle P, Q, R\rangle \cup_1 \langle P, Q, R\rangle \\ &= \langle P \cup P, Q \cap Q, R \cap R\rangle \\ &= \langle P, Q, R\rangle \\ &= \mathcal{A}_N\end{aligned}$$

olur.

$$\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle \cup_2 \langle P, Q, R\rangle$$

$$= \langle P \cup P, Q \cup Q, R \cap R \rangle$$

dir. $Q \cup Q$ kümesini bulalım:

$$T_{Q \cup Q}(u) = max\{T_Q(u), T_Q(u)\} = max\{0.2,0.2\} = 0.2 = T_Q(u),$$

$$I_{Q \cup Q}\ (u) = min\{I_Q(u), I_Q(u)\} = min\{0.9,0.9\} = 0.9 = I_Q(u),$$

$$F_{Q \cup Q}\ (u) = min\{F_Q(u), F_Q(u)\} = min\{0.3,0.3\} = 0.9 = F_Q(u)$$

olup

$$Q \cup Q = \{\langle u, 0.2,0.9,0.3 \rangle : u \in U\} = Q$$

elde edilir. Böylece

$$\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle \cup_2 \langle P, Q, R \rangle$$

$$= \langle P \cup P, Q \cup Q, R \cap R \rangle$$

$$= \langle P, Q, R \rangle$$

$$= \mathcal{A}_N$$

olur.

Teorem 3.28: (Değişme Özelliği)

$$P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$$K = \{\langle u, T_{K^i}(u), I_{K^i}(u), F_{K^i}(u) \rangle : u \in U\},$$

$$L = \{\langle u, T_{L^i}(u), I_{L^i}(u), F_{L^i}(u) \rangle : u \in U\} \text{ ve}$$

$$M = \{\langle u, T_{M^i}(u), I_M(u), F_{M^i}(u) \rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M \rangle$ iki NDNKK olsun $(i = 1,2, \dots, n)$. $\forall u \in U$ için $\mathcal{A}_N$ ile $\mathcal{B}_N$'nin $\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N$ ve $\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N$ ile gösterilen iki tip birleşimi için değişme özelliği vardır. Yani;

$$\text{i.} \quad \mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N = \mathcal{B}_N \cup_1 \mathcal{A}_N$$
$$\text{ii.} \quad \mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N = \mathcal{B}_N \cup_2 \mathcal{A}_N$$

dir.

İspat: $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M \rangle$ iki NDNKK olsun.

Tip 1: $\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cap L, R \cap M \rangle$ alalım. Burada

$$T_{P^i \cup K^i}(u) = max\{T_{P^i}(u), T_{K^i}(u)\} = max\{T_{K^i}(u), T_{P^i}(u)\} = T_{K^i \cup P^i}(u),$$

$$I_{P^i \cup K^i}(u) = min\{I_{P^i}(u), I_{K^i}(u)\} = min\{I_{K^i}(u), I_{P^i}(u)\} = I_{K^i \cup P^i}(u),$$

$$F_{P^i \cup K^i}(u) = min\{F_{P^i}(u), F_{K^i}(u)\} = min\{F_{K^i}(u), F_{P^i}(u)\} = F_{K^i \cup P^i}(u)$$

olduğundan

$$P \cup K = \{\langle u, T_{P^i \cup K^i}(u), I_{P^i \cup K^i}(u), F_{P^i \cup K^i}(u) \rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle u, T_{K^i \cup P^i}(u), I_{K^i \cup P^i}(u), F_{K^i \cup P^i}(u) \rangle : u \in U\} = K \cup P$$

elde edilir.

$$T_{Q^i \cap L^i}(u) = min\{T_{Q^i}(u), T_{L^i}(u)\} = min\{T_{L^i}(u), T_{Q^i}(u)\} = T_{L^i \cap Q^i}(u),$$

$$I_{Q^i \cap L^i}(u) = max\{I_{Q^i}(u), I_{L^i}(u)\} = max\{I_{L^i}(u), I_{Q^i}(u)\} = I_{L^i \cap Q^i}(u),$$

$$F_{Q^i \cap L^i}(u) = max\{F_{Q^i}(u), F_{L^i}(u)\} = max\{F_{L^i}(u), F_{Q^i}(u)\} = F_{L^i \cap Q^i}(u)$$

olduğundan

$$Q \cap L = \{\langle u, T_{Q^i \cap L^i}(u), I_{Q^i \cap L^i}(u), F_{Q^i \cap L^i}(u) \rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle u, T_{L^i \cap Q^i}(u), I_{L^i \cap Q^i}(u), F_{L^i \cap Q^i}(u) \rangle : u \in U\} = L \cap Q$$

elde edilir.

$$T_{R^i \cap M^i}(u) = min\{T_{R^i}(u), T_{M^i}(u)\} = min\{T_{M^i}(u), T_{R^i}(u)\} = T_{M^i \cap R^i}(u),$$

$$I_{R^i \cap M^i}(u) = max\{I_{R^i}(u), I_{M^i}(u)\} = max\{I_{M^i}(u), I_{R^i}(u)\} = I_{M^i \cap R^i}(u),$$

$$F_{R^i \cap M^i}(u) = max\{F_{R^i}(u), F_{M^i}(u)\} = max\{F_{M^i}(u), F_{R^i}(u)\} = F_{M^i \cap R^i}(u)$$

olduğundan

$$R \cap M = \left\{\langle u, T_{R^i \cap M^i}(u), I_{R^i \cap M^i}(u), F_{R^i \cap M^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{M^i \cap R^i}(u), I_{M^i \cap R^i}(u), F_{M^i \cap R^i}(u)\rangle : u \in U\right\} = M \cap R$$

elde edilir. Buradan da

$$\text{Tip 1: } \mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cap L, R \cap M\rangle$$

$$= \langle K \cup P, L \cap Q, M \cap R\rangle$$

$$= \langle K, L, M\rangle \cup_1 \langle P, Q, R\rangle$$

$$= \mathcal{B}_N \cup_1 \mathcal{A}_N$$

elde edilir. Şimdi de

Tip 2: $\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cup L, R \cap M\rangle$ alalım. Burada

$$T_{P^i \cup K^i}(u) = max\left\{T_{P^i}(u), T_{K^i}(u)\right\} = max\left\{T_{K^i}(u), T_{P^i}(u)\right\} = T_{K^i \cup P^i}(u),$$

$$I_{P^i \cup K^i}(u) = min\left\{I_{P^i}(u), I_{K^i}(u)\right\} = min\left\{I_{K^i}(u), I_{P^i}(u)\right\} = I_{K^i \cup P^i}(u),$$

$$F_{P^i \cup K^i}(u) = min\left\{F_{P^i}(u), F_{K^i}(u)\right\} = min\left\{F_{K^i}(u), F_{P^i}(u)\right\} = F_{K^i \cup P^i}(u)$$

olduğundan

$$P \cup K = \left\{\langle u, T_{P^i \cup K^i}(u), I_{P^i \cup K^i}(u), F_{P^i \cup K^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{K^i \cup P^i}(u), I_{K^i \cup P^i}(u), F_{K^i \cup P^i}(u)\rangle : u \in U\right\} = K \cup P$$

elde edilir.

$$T_{Q^i \cup L^i}(u) = max\left\{T_{Q^i}(u), T_{L^i}(u)\right\} = max\left\{T_{L^i}(u), T_{Q^i}(u)\right\} = T_{L^i \cup Q^i}(u),$$

$$I_{Q^i \cup L^i}(u) = min\left\{I_{Q^i}(u), I_{L^i}(u)\right\} = min\left\{I_{L^i}(u), I_{Q^i}(u)\right\} = I_{L^i \cup Q^i}(u),$$

$$F_{Q^i \cup L^i}(u) = min\left\{F_{Q^i}(u), F_{L^i}(u)\right\} = min\left\{F_{L^i}(u), F_{Q^i}(u)\right\} = F_{L^i \cup Q^i}(u)$$

olduğundan

$$Q \cup L = \left\{\langle u, T_{Q^i \cup L^i}(u), I_{Q^i \cup L^i}(u), F_{Q^i \cup L^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \{\langle u, T_{L^i \cup Q^i}(u), I_{L^i \cup Q^i}(u), F_{L^i \cup Q^i}(u)\rangle : u \in U\} = L \cup Q$$

elde edilir.

$$T_{R^i \cap M^i}(u) = min\{T_{R^i}(u), T_{M^i}(u)\} = min\{T_{M^i}(u), T_{R^i}(u)\} = T_{M^i \cap R^i}(u),$$

$$I_{R^i \cap M^i}(u) = max\{I_{R^i}(u), I_{M^i}(u)\} = max\{I_{M^i}(u), I_{R^i}(u)\} = I_{M^i \cap R^i}(u),$$

$$F_{R^i \cap M^i}(u) = max\{F_{R^i}(u), F_{M^i}(u)\} = max\{F_{M^i}(u), F_{R^i}(u)\} = F_{M^i \cap R^i}(u)$$

olduğundan

$$R \cap M = \{\langle u, T_{R^i \cap M^i}(u), I_{R^i \cap M^i}(u), F_{R^i \cap M^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle u, T_{M^i \cap R^i}(u), I_{M^i \cap R^i}(u), F_{M^i \cap R^i}(u)\rangle : u \in U\} = M \cap R$$

elde edilir. Buradan da

$$\text{Tip 2: } \mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cup L, R \cap M\rangle$$

$$= \langle K \cup P, L \cup Q, M \cap R\rangle$$

$$= \langle K, L, M\rangle \cup_2 \langle P, Q, R\rangle$$

$$= \mathcal{B}_N \cup_2 \mathcal{A}_N$$

elde edilir. ■

Örnek 3.29: Örnek 3.25'te

$P = \{\langle u, 0.4,0.6,0.5\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2,0.9,0.3\rangle : u \in U\}$, $R = \{\langle u, 0.8,0.4,0.9\rangle : u \in U\}$,

$K = \{\langle u, 0.7,0.1,0.8\rangle : u \in U\}$, $L = \{\langle u, 0.6,0,0.8\rangle : u \in U\}$ ve $M = \{\langle u, 0.6,0.6,0.3\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ NDNKK'leri için

$\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N = \langle \{\langle u, 0.7,0.1,0.5\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0.6,0.9\rangle : u \in U\}\rangle$

ve

$\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N = \langle \{\langle u, 0.7,0.1,0.5\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0,0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0.6,0.9\rangle : u \in U\}\rangle$

elde etmiştik. Şimdi $\mathcal{B}_N \cup_1 \mathcal{A}_N$' i ve $\mathcal{B}_N \cup_2 \mathcal{A}_N$' i bulalım:

$$\mathcal{B}_N \cup_1 \mathcal{A}_N = \langle K, L, M\rangle \cup_1 \langle P, Q, R\rangle = \langle K \cup P, L \cap Q, \mathrm{M} \cap R\rangle$$

dir. $K \cup P$ kümesini bulalım:

$$T_{K\cup P}(u) = max\{T_K(u), T_P(u)\} = max\{0.7,0.4\} = 0.7$$

$$I_{K\cup P}(u) = min\{I_K(u), I_P(u)\} = min\{0.1,0.6\} = 0.1$$

$$F_{K\cup P}(u) = min\{F_K(u), F_P(u)\} = min\{0.8,0.5\} = 0.5$$

olup

$$K \cup P = \{\langle u, 0.7,0.1,0.5\rangle : u \in U\}$$

elde edilir. $L \cap Q$ kümesini bulalım:

$$T_{L\cap Q}(u) = min\{T_L(u), T_Q(u)\} = min\{0.6,0.2\} = 0.2$$

$$I_{L\cap Q}(u) = max\{I_L(u), I_Q(u)\} = max\{0,0.9\} = 0.9$$

$$F_{L\cap Q}(u) = max\{F_L(u), F_Q(u)\} = max\{0.8,0.3\} = 0.8$$

olup

$$L \cap Q = \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}$$

olur. $\mathrm{M} \cap R$ kümesini bulalım:

$$T_{\mathrm{M}\cap R}(u) = min\{T_M(u), T_R(u)\} = min\{0.6,0.8\} = 0.6$$

$$I_{\mathrm{M}\cap R}(u) = max\{I_M(u), I_R(u)\} = max\{0.6,0.4\} = 0.6$$

$$F_{\mathrm{M}\cap R}(u) = max\{F_M(u), F_R(u)\} = max\{0.3,0.9\} = 0.9$$

olup

$$M \cap R = \{\langle u, 0.6,0.6,0.9\rangle : u \in U\}$$

olur. Dolayısıyla

$$\mathcal{B}_N \cup_1 \mathcal{A}_N = \langle \{\langle u, 0.7,0.1,0.5\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0.6,0.9\rangle : u \in U\}\rangle$$

bulunur. Diğer taraftan

$\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N = \langle\{\langle u, 0.7,0.1,0.5\rangle: u \in U\}, \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle: u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0.6,0.9\rangle: u \in U\}\rangle$

olduğundan

$$\mathcal{B}_N \cup_1 \mathcal{A}_N = \mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N$$

elde edilir. Şimdi de $\mathcal{B}_N \cup_2 \mathcal{A}_N$'yi bulalım:

$$\mathcal{B}_N \cup_2 \mathcal{A}_N = \langle K, L, M\rangle \cup_2 \langle P, Q, R\rangle = \langle K \cup P, L \cup Q, M \cap R\rangle$$

dir. $K \cup P$ kümesi

$$K \cup P = \{\langle u, 0.7,0.1,0.5\rangle: u \in U\}$$

olarak bulunmuştu. $L \cup Q$'yu bulalım:

$$T_{L\cup Q}(u) = max\{T_L(u), T_Q(u)\} = max\{0.6,0.2\} = 0.6$$

$$I_{L\cup Q}(u) = min\{I_L(u), I_Q(u)\} = min\{0,0.9\} = 0$$

$$F_{L\cup Q}(u) = min\{F_L(u), F_Q(u)\} = min\{0.8,0.3\} = 0.3$$

olup

$$L \cup Q = \{\langle u, 0.6,0,0.3\rangle: u \in U\}$$

olur. $M \cap R$ kümesi de

$$M \cap R = \{\langle u, 0.6,0.6,0.9\rangle: u \in U\}$$

olarak bulunmuştu. Dolayısıyla

$\mathcal{B}_N \cup_2 \mathcal{A}_N = \langle\{\langle u, 0.7,0.1,0.5\rangle: u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0,0.3\rangle: u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0.6,0.9\rangle: u \in U\}\rangle$

bulunur. Diğer taraftan

$\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N = \langle\{\langle u, 0.7,0.1,0.5\rangle: u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0,0.3\rangle: u \in U\}, \{\langle u, 0.6,0.6,0.9\rangle: u \in U\}\rangle$

olduğundan

$$\mathcal{B}_N \cup_2 \mathcal{A}_N = \mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N$$

elde edilir.

Teorem 3.30: (Birleşme Özelliği)

$$P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$K = \{\langle u, T_{K^i}(u), I_{K^i}(u), F_{K^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$L = \{\langle u, T_{L^i}(u), I_{L^i}(u), F_{L^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$M = \{\langle u, T_{M^i}(u), I_{M}(u), F_{M^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$V = \{\langle u, T_{V^i}(u), I_{V^i}(u), F_{V^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$Y = \{\langle u, T_{Y^i}(u), I_{Y^i}(u), F_{Y^i}(u)\rangle : u \in U\} \text{ ve}$$

$$Z = \{\langle u, T_{Z^i}(u), I_{Z^i}(u), F_{Z^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$, $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ ve $\mathcal{C}_N = \langle V, Y, Z\rangle$ üç NDNKK olsun $(i = 1,2, \dots, n)$. $\forall u \in U$ için birleşim ve kesişim işlemlerinin her iki tipi için de birleşme özelliği vardır. Yani

i. $\mathcal{A}_N \cap_1 (\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{C}_N) = (\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N) \cap_1 \mathcal{C}_N$
ii. $\mathcal{A}_N \cap_2 (\mathcal{B}_N \cap_2 \mathcal{C}_N) = (\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N) \cap_2 \mathcal{C}_N$
iii. $\mathcal{A}_N \cup_1 (\mathcal{B}_N \cup_1 \mathcal{C}_N) = (\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N) \cup_1 \mathcal{C}_N$
iv. $\mathcal{A}_N \cup_1 (\mathcal{B}_N \cup_1 \mathcal{C}_N) = (\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N) \cup_1 \mathcal{C}_N$

dir.

İspat: $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$, $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ ve $\mathcal{C}_N = \langle V, Y, Z\rangle$ NDNKK alalım. Tip 1 kesişim için

i. $\mathcal{A}_N \cap_1 (\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{C}_N) = (\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N) \cap_1 \mathcal{C}_N$

olduğunu gösterelim:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_N \cap_1 (\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{C}_N) &= \langle P, Q, R\rangle \cap_1 (\langle K, L, M\rangle \cap_1 \langle V, Y, Z\rangle) \\ &= \langle P, Q, R\rangle \cap_1 (\langle K \cap V, L \cap Y, M \cup Z\rangle)\end{aligned}$$

$$= \langle P \cap (K \cap V), Q \cap (L \cap Y), R \cup (M \cup Z) \rangle$$

dir.

$$P \cap (K \cap V) = \left\{ \langle u, T_{P^i \cap (K^i \cap V^i)}(u), I_{P^i \cap (K^i \cap V^i)}(u), F_{P^i \cap (K^i \cap V^i)}(u) \rangle : u \in U \right\}$$

olup burada

$$T_{P^i \cap (K^i \cap V^i)}(u) = min \left\{ T_{P^i}(u), T_{(K^i \cap V^i)}(u) \right\}$$

$$= min \left\{ T_{P^i}(u), min\{T_{K^i}(u), T_{V^i}(u)\} \right\}$$

$$= min\{T_{P^i}(u), T_{K^i}(u), T_{V^i}(u)\}$$

$$= min\{min\{T_{P^i}(u), T_{K^i}(u)\}, T_{V^i}(u)\}$$

$$= min\{T_{P^i \cap K^i}(u), T_{V^i}(u)\} = T_{(P^i \cap K^i) \cap V^i}(u),$$

$$I_{P^i \cap (K^i \cap V^i)}(u) = max \left\{ I_{P^i}(u), I_{(K^i \cap V^i)}(u) \right\}$$

$$= max \left\{ I_{P^i}(u), max\{I_{K^i}(u), I_{V^i}(u)\} \right\}$$

$$= max\{I_{P^i}(u), I_{K^i}(u), I_{V^i}(u)\}$$

$$= max\{max\{I_{P^i}(u), I_{K^i}(u)\}, I_{V^i}(u),\}$$

$$= max\{I_{P^i \cap K^i}(u), I_{V^i}(u)\} = I_{(P^i \cap K^i) \cap V^i}(u)$$

ve

$$F_{P^i \cap (K^i \cap V^i)}(u) = max \left\{ F_{P^i}(u), F_{(K^i \cap V^i)}(u) \right\}$$

$$= max \left\{ F_{P^i}(u), max\{F_{K^i}(u), F_{V^i}(u)\} \right\}$$

$$= max\{F_{P^i}(u), F_{K^i}(u), F_{V^i}(u)\}$$

$$= max\{max\{F_{P^i}(u), F_{K^i}(u)\}, F_{V^i}(u),\}$$

$$= max\{F_{P^i \cap K^i}(u), F_{V^i}(u)\} = F_{(P^i \cap K^i) \cap V^i}(u)$$

elde edilir. Dolayısıyla

$$P \cap (K \cap V) = \left\{\langle u, T_{P^i \cap (K^i \cap V^i)}(u), I_{P^i \cap (K^i \cap V^i)}(u), F_{P^i \cap (K^i \cap V^i)}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= \left\{\langle u, T_{(P^i \cap K^i) \cap V^i}(u), I_{(P^i \cap K^i) \cap V^i}(u), F_{(P^i \cap K^i) \cap V^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$= (P \cap K) \cap V$$

olur. Benzer şekilde

$$Q \cap (L \cap Y) = (Q \cap L) \cap Y$$

ve

$$R \cup (M \cup Z) = (R \cup M) \cup Z$$

olacağından

$$\mathcal{A}_N \cap_1 (\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{C}_N) = \langle P \cap (K \cap V), Q \cap (L \cap Y), R \cup (M \cup Z)\rangle$$

$$= \langle (P \cap K) \cap V, (Q \cap L) \cap Y, (R \cup M) \cup Z\rangle$$

$$= \langle (P \cap K), (Q \cap L), (R \cup M)\rangle \cap_1 \langle V, Y, Z\rangle$$

$$= \langle (P, Q, R) \cap_1 (K, L, M)\rangle \cap_1 \langle V, Y, Z\rangle$$

$$= (\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N) \cap_1 \mathcal{C}_N$$

elde edilir. Benzer şekilde ii, iii ve iv de gösterilebilir. ■

Örnek 3.31: U boştan farklı bir küme olsun.

$P = \{\langle u, 0.5, 0.3, 0.1\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2, 0.4, 0.6\rangle : u \in U\}$, $R = \{\langle u, 0.2, 0.3, 0.5\rangle : u \in U\}$,

$K = \{\langle u, 0.7, 0.1, 0.8\rangle : u \in U\}$, $L = \{\langle u, 0.5, 0.9, 0.2\rangle : u \in U\}$, $M = \{\langle u, 0.7, 0.2, 0.8\rangle : u \in U\}$

$V = \{\langle u, 0.6, 0.8, 0.3\rangle : u \in U\}$, $Y = \{\langle u, 0.1, 0.2, 0.3\rangle : u \in U\}$, $Z = \{\langle u, 0.5, 0.9, 0.2\rangle : u \in U\}$,

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$, $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ ve $\mathcal{C}_N = \langle V, Y, Z\rangle$ NDNKK alalım.

i. $\mathcal{A}_N \cap_1 (\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{C}_N) = (\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N) \cap_1 \mathcal{C}_N$

olduğunu gösterelim. Önce $\mathcal{A}_N \cap_1 (\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{C}_N)$'i bulalım:

$$\mathcal{A}_N \cap_1 (\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{C}_N) = \langle P, Q, R \rangle \cap_1 (\langle K, L, M \rangle \cap_1 \langle V, Y, Z \rangle)$$

$$= \langle P, Q, R \rangle \cap_1 \langle K \cap V, L \cap Y, M \cup Z \rangle$$

$$= \langle P \cap (K \cap V), Q \cap (L \cap Y), R \cup (M \cup Z) \rangle$$

dir. $P \cap (K \cap V)$'yi bulalım:

$$P \cap (K \cap V) = \{\langle x, T_{P\cap(K\cap V)}(x), I_{P\cap(K\cap V)}(x), F_{P\cap(K\cap V)}(x) \rangle : x \in X\}$$

tir.

$$T_{K\cap V}(u) = min\{T_K(u), T_v(u)\} = min\{0.7,0.6\} = 0.6$$

$$I_{K\cap V}(u) = max\{I_K(u), I_v(u)\} = max\{0.1,0.8\} = 0.8$$

$$F_{K\cap V}(u) = max\{F_K(u), F_v(u)\} = max\{0.8,0.3\} = 0.8$$

$$T_{P\cap(K\cap V)}(u) = min\{T_P(u), T_{K\cap V}(u)\} = min\{0.5,0.6\} = 0.5$$

$$I_{P\cap(K\cap V)}(u) = max\{I_P(u), I_{K\cap V}(u)\} = max\{0.3,0.8\} = 0.8$$

$$F_{P\cap(K\cap V)}(u) = max\{F_P(u), F_{K\cap V}(u)\} = max\{0.1,0.8\} = 0.8$$

olup

$$P \cap (K \cap V) = \{\langle u, 0.5,0.8,0.8 \rangle : u \in U\}$$

elde edilir. $Q \cap (L \cap Y)$'yi bulalım:

$$Q \cap (L \cap Y) = \{\langle u, T_{Q\cap(L\cap Y)}(u), I_{Q\cap(L\cap Y)}(u), F_{Q\cap(L\cap Y)}(u) \rangle : u \in U\}$$

dir.

$$T_{L\cap Y}(u) = min\{T_L(u), T_Y(u)\} = min\{0.5,0.1\} = 0.1$$

$$I_{L\cap Y}(u) = max\{I_L(u), I_Y(u)\} = max\{0.9,0.2\} = 0.9$$

$$F_{L\cap Y}(u) = max\{F_L(u), F_Y(u)\} = max\{0.2,0.3\} = 0.3$$

$$T_{Q\cap(L\cap Y)}(u) = min\{T_Q(u), T_{L\cap Y}(u)\} = min\{0.2,0.1\} = 0.1$$

$$I_{Q\cap(L\cap Y)}(u) = max\{I_Q(u), I_{L\cap Y}(u)\} = max\{0.4,0.9\} = 0.9$$

$$F_{Q\cap(L\cap Y)}(u) = max\{F_Q(u), F_{L\cap Y}(u)\} = max\{0.6,0.3\} = 0.6$$

olup

$$Q \cap (L \cap Y) = \{\langle u, 0.1,0.9,0.6\rangle : u \in U\}$$

elde edilir. $R \cup (M \cup Z)$'yi bulalım:

$$R \cup (M \cup Z) = \{\langle u, T_{R\cup(M\cup Z)}(u), I_{R\cup(M\cup Z)}(u), F_{R\cup(M\cup Z)}(u)\rangle : u \in U\}$$

tir.

$$T_{M\cup Z}(u) = max\{T_M(u), T_Z(u)\} = max\{0.7,0.5\} = 0.7$$

$$I_{M\cup Z}(u) = min\{I_M(u), I_Z(u)\} = min\{0.2,0.9\} = 0.2$$

$$F_{M\cup Z}(u) = min\{F_M(u), F_Z(u)\} = min\{0.8,0.2\} = 0.2$$

$$T_{R\cup(M\cup Z)}(u) = max\{T_R(u), T_{M\cup Z}(u)\} = max\{0.2,0.7\} = 0.7$$

$$I_{R\cup(M\cup Z)}(u) = min\{I_R(u), I_{M\cup Z}(u)\} = min\{0.3,0.2\} = 0.2$$

$$F_{R\cup(M\cup Z)}(u) = min\{F_R(u), F_{M\cup Z}(u)\} = min\{0.5,0.2\} = 0.2$$

olup

$$R \cup (M \cup Z) = \{\langle u, 0.7,0.2,0.2\rangle : u \in U\}$$

elde edilir. Böylece

$$\mathcal{A}_N \cap_1 (\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{C}_N) = \langle P \cap (K \cap V), Q \cap (L \cap Y), R \cup (M \cup Z)\rangle$$

$$= \langle \{\langle u, 0.5,0.8,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.1,0.9,0.6\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.7,0.2,0.2\rangle : u \in U\}\rangle$$

bulunur. Şimdi de $(\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N) \cap_1 \mathcal{C}_N$'i bulalım:

$$(\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N) \cap_1 \mathcal{C}_N = (\langle P, Q, R\rangle \cap_1 \langle K, L, M\rangle) \cap_1 \langle V, Y, Z\rangle$$

$$= \langle P \cap K, Q \cap L, R \cup M\rangle \cap_1 \langle V, Y, Z\rangle$$

$$= \langle (P \cap K) \cap V, (Q \cap L) \cap Y, (R \cup M) \cup Z\rangle$$

dir. $(P \cap K) \cap V$'yi bulalım:

$$(P \cap K) \cap V = \{\langle u, T_{(P\cap K)\cap V}(u), I_{(P\cap K)\cap V}(u), F_{(P\cap K)\cap V}(u)\rangle : u \in U\}$$

tir.

$$T_{P\cap K}(u) = min\{T_P(u), T_K(u)\} = min\{0.5,0.7\} = 0.5$$

$$I_{P\cap K}(u) = max\{I_P(u), I_K(u)\} = max\{0.3,0.1\} = 0.3$$

$$F_{P\cap K}(u) = max\{F_P(u), F_K(u)\} = max\{0.1,0.8\} = 0.8$$

$$T_{(P\cap K)\cap V}(u) = min\{T_{(P\cap K)}(u), T_V(u)\} = min\{0.5,0.6\} = 0.5$$

$$I_{(P\cap K)\cap V}(u) = max\{I_{(P\cap K)}(u), I_V(u)\} = max\{0.3,0.8\} = 0.8$$

$$F_{(P\cap K)\cap V}(u) = max\{F_{(P\cap K)}(u), F_V(u)\} = max\{0.8,0.3\} = 0.8$$

olup

$$(P \cap K) \cap V = \{\langle u, 0.5,0.8,0.8\rangle : u \in U\}$$

elde edilir. $(Q \cap L) \cap Y$’yi bulalım:

$$(Q \cap L) \cap Y = \{\langle u, T_{(Q\cap L)\cap Y}(u), I_{(Q\cap L)\cap Y}(u), F_{(Q\cap L)\cap Y}(u)\rangle : u \in U\}$$

dir.

$$T_{Q\cap L}(u) = min\{T_Q(u), T_L(u)\} = min\{0.2,0.5\} = 0.2$$

$$I_{Q\cap L}(u) = max\{I_Q(u), I_L(u)\} = max\{0.4,0.9\} = 0.9$$

$$F_{Q\cap L}(u) = max\{F_Q(u), F_L(u)\} = max\{0.6,0.2\} = 0.6$$

$$T_{(Q\cap L)\cap Y}(u) = min\{T_{(Q\cap L)}(u), T_Y(u)\} = min\{0.2,0.1\} = 0.1$$

$$I_{(Q\cap L)\cap Y}(u) = max\{I_{(Q\cap L)}(u), I_Y(u)\} = max\{0.9,0.2\} = 0.9$$

$$I_{(Q\cap L)\cap Y}(u) = max\{F_{(Q\cap L)}(u), F_Y(u)\} = max\{0.6,0.3\} = 0.6$$

olup

$$(Q \cap L) \cap Y = \{\langle u, 0.1,0.9,0.6\rangle : u \in U\}$$

elde edilir. $(R \cup M) \cup Z$’yi bulalım:

$$(R \cup M) \cup Z = \{\langle u, T_{(R\cup M)\cup Z}(u), I_{(R\cup M)\cup Z}(u), F_{(R\cup M)\cup Z}(u)\rangle : u \in U\}$$

tir.

$$T_{R\cup M}(u) = max\{T_R(u), T_M(u)\} = max\{0.2,0.7\} = 0.7$$

$$I_{R\cup M}(u) = min\{I_R(u), I_M(u)\} = min\{0.3,0.2\} = 0.2$$

$$F_{R\cup M}(u) = min\{F_R(u), F_M(u)\} = min\{0.5,0.8\} = 0.5$$

$$T_{(R\cup M)\cup Z}(u) = max\{T_{R\cup M}(u), T_Z(u)\} = max\{0.7,0.5\} = 0.7$$

$$I_{(R\cup M)\cup Z}(u) = min\{I_{R\cup M}(u), I_Z(u)\} = min\{0.2,0.9\} = 0.2$$

$$F_{(R\cup M)\cup Z}(u) = min\{F_{R\cup M}(u), F_Z(u)\} = min\{0.5,0.2\} = 0.2$$

olup

$$(R \cup M) \cup Z = \{\langle u, 0.7,0.2,0.2\rangle : u \in U\}$$

elde edilir. Böylece

$$(\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N) \cap_1 \mathcal{C}_N = \langle (P \cap K) \cap V, (Q \cap L) \cap Y, (R \cup M) \cup Z\rangle$$

$$= \langle \{\langle u, 0.5,0.8,0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.1,0.9,0.6\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.7,0.2,0.2\rangle : u \in U\}\rangle$$

bulunur. Dolayısıyla

$$\mathcal{A}_N \cap_1 (\mathcal{B}_N \cap_1 \mathcal{C}_N) = (\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N) \cap_1 \mathcal{C}_N$$

bulunur.

Teorem 3.32: [51] (De Morgan Kuralları)

$$P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$Q = \left\{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$K = \{\langle u, T_{K^i}(u), I_{K^i}(u), F_{K^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$L = \{\langle u, T_{L^i}(u), I_{L^i}(u), F_{L^i}(u)\rangle : u \in U\} \text{ ve}$$

$$M = \{\langle u, T_{M^i}(u), I_M(u), F_{M^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun $(i = 1,2, \dots, n)$. $\forall u \in U$ ve Tip 2 tümleyen (c_2) için kesişim ve birleşim işlemlerinin her iki tipi için de De Morgan kuralları sağlanır. Yani;

i. $(\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cup_1 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$
ii. $(\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cap_1 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$
iii. $(\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cup_2 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$
iv. $(\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cap_2 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$

dir.

İspat: Kesişim ve birleşim işlemlerinin her bir tipi için eşitliklerin doğru olduğunu göstereceğiz.

i. $(\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cup_1 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$ olduğunu gösterelim:

Tip 2 tümleyen için

$\mathcal{A}_N{}^{c_2} = \langle P, Q, R\rangle^{c_2} = \langle R, Q, P\rangle$ ve $\mathcal{B}_N{}^{c_2} = \langle K, L, M\rangle^{c_2} = \langle M, L, K\rangle$ alalım.

Tip 1 kesişim $\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cap L, R \cup M\rangle$ için

$$\begin{aligned}(\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N)^{c_2} &= \langle P \cap K, Q \cap L, R \cup M\rangle^{c_2} \\ &= \langle R \cup M, Q \cap L, P \cap K\rangle \\ &= \langle R, Q, P\rangle \cup_1 \langle M, L, K\rangle \\ &= \langle P, Q, R\rangle^{c_2} \cup_1 \langle K, L, M\rangle^{c_2} \\ &= \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cup_1 \mathcal{B}_N{}^{c_2}\end{aligned}$$

elde edilir.

ii. $(\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cap_1 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$ olduğunu gösterelim:

Tip 1 birleşim $\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cap L, R \cap M\rangle$ için

$$(\mathcal{A}_N \cup_1 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \langle P \cup K, Q \cap L, R \cap M\rangle^{c_2}$$

$$= \langle R \cap M, Q \cap L, P \cup K \rangle$$

$$= \langle R, Q, P \rangle \cap_1 \langle M, L, K \rangle$$

$$= \langle P, Q, R \rangle^{c_2} \cap_1 \langle K, L, M \rangle^{c_2}$$

$$= \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cap_1 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$$

elde edilir.

iii. $(\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N)^{\boldsymbol{c_2}} = \mathcal{A}_N{}^{\boldsymbol{c_2}} \cup_2 \mathcal{B}_N{}^{\boldsymbol{c_2}}$ olduğunu gösterelim:

Tip 2 kesişim $\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cap K, Q \cup L, R \cup M \rangle$ için

$$(\mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \langle P \cap K, Q \cup L, R \cup M \rangle^{c_2}$$

$$= \langle R \cup M, Q \cup L, P \cap K \rangle$$

$$= \langle R, Q, P \rangle \cup_2 \langle M, L, K \rangle$$

$$= \langle P, Q, R \rangle^{c_2} \cup_2 \langle K, L, M \rangle^{c_2}$$

$$= \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cup_2 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$$

elde edilir.

iv. $(\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N)^{\boldsymbol{c_2}} = \mathcal{A}_N{}^{\boldsymbol{c_2}} \cap_2 \mathcal{B}_N{}^{\boldsymbol{c_2}}$ olduğunu gösterelim:

Tip 2 birleşim $\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N = \langle P \cup K, Q \cup L, R \cap M \rangle$ için

$$(\mathcal{A}_N \cup_2 \mathcal{B}_N)^{\boldsymbol{c_2}} = \langle P \cup K, Q \cup L, R \cap M \rangle^{\boldsymbol{c_2}}$$

$$= \langle R \cap M, Q \cup L, P \cup K \rangle$$

$$= \langle R, Q, P \rangle \cap_2 \langle M, L, K \rangle$$

$$= \langle P, Q, R \rangle^{c_2} \cap_2 \langle K, L, M \rangle^{c_2}$$

$$= \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cap_2 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$$

elde edilir. Dolayısıyla her bir kesişim ve birleşim tipi için istenilen durumlar gösterilmiştir.■

Örnek 3.33: U boştan farklı bir küme olsun.

$P = \{\langle u, 0.5,0.3,0.1\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2,0.4,0.6\rangle : u \in U\}$, $R = \{\langle u, 0.2,0.3,0.5\rangle : u \in U\}$,

$K = \{\langle u, 0.7,0.1,0.8\rangle : u \in U\}$, $L = \{\langle u, 0.5,0.9,0.2\rangle : u \in U\}$, M= $\{\langle u, 0.7,0.2,0.8\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun.

$(\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cup_1 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$ yi gösterelim:

$$(\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \langle P \cap K, Q \cap L, R \cup M\rangle^{c_2} = \langle R \cup M, Q \cap L, P \cap K\rangle$$

dir.

$$T_{P\cap K}(u) = min\{T_P(u), T_K(u)\} = min\{0.5,0.7\} = 0.5$$

$$I_{P\cap K}(u) = max\{I_P(u), I_K(u)\} = max\{0.3,0.1\} = 0.3$$

$$F_{P\cap K}(u) = max\{F_P(u), F_K(u)\} = max\{0.1,0.8\} = 0.8$$

olup

$$P \cap K = \{\langle u, T_{P\cap K}(u), I_{P\cap K}(u), F_{P\cap K}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle u, 0.5,0.3,0.8\rangle : u \in U\}$$

elde edilir.

$$T_{Q\cap L}(u) = min\{T_Q(u), T_L(u)\} = min\{0.2,0.5\} = 0.2$$

$$I_{Q\cap L}(u) = max\{I_Q(u), I_L(u)\} = max\{0.4,0.9\} = 0.9$$

$$F_{Q\cap L}(u) = max\{F_Q(u), F_L(u)\} = max\{0.6,0.2\} = 0.6$$

olup

$$Q \cap L = \{\langle u, T_{Q\cap L}(u), I_{Q\cap L}(u), F_{Q\cap L}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle u, 0.2,0.9,0.6\rangle : u \in U\}$$

elde edilir.

$$T_{R\cup M}(u) = max\{T_R(u), T_M(u)\} = max\{0.2,0.7\} = 0.7$$

$$I_{R\cup M}(u) = min\{T_R(u), T_M(u)\} = min\{0.3{,}0.2\} = 0.2$$

$$F_{R\cup M}(u) = min\{T_R(u), T_M(u)\} = min\{0.5{,}0.8\} = 0.5$$

olup

$$R \cup M = \{\langle u, T_{R\cup M}(u), I_{R\cup M}(u), F_{R\cup M}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$= \{\langle u, 0.7{,}0.2{,}0.5\rangle : u \in U\}$$

elde edilir. Böylece

$$(\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \langle P \cap K, Q \cap L, R \cup M\rangle^{c_2} = \langle R \cup M, Q \cap L, P \cap K\rangle$$

$$= \langle \{\langle u, 0.7{,}0.2{,}0.5\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2{,}0.9{,}0.6\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.5{,}0.3{,}0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

bulunur. Diğer taraftan

$$\mathcal{A}_N{}^{c_2} \cup_1 \mathcal{B}_N{}^{c_2} = \langle P, Q, R\rangle^{c_2} \cup_1 \langle K, L, M\rangle^{c_2}$$

$$= \langle R, Q, P\rangle \cup_1 \langle M, L, K\rangle$$

$$= \langle R \cup M, Q \cap L, P \cap K\rangle$$

$$= \langle \{\langle u, 0.7{,}0.2{,}0.5\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2{,}0.9{,}0.6\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.5{,}0.3{,}0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

olur ki buradan da

$$(\mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N)^{c_2} = \mathcal{A}_N{}^{c_2} \cup_1 \mathcal{B}_N{}^{c_2}$$

olur.

Tanım 3.34: [51] $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$,

$Q = \{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\}$,

$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\}$,

$K = \{\langle u, T_{K^i}(u), I_{K^i}(u), F_{K^i}(u)\rangle : u \in U\}$,

$L = \{\langle u, T_{L^i}(u), I_{L^i}(u), F_{L^i}(u)\rangle : u \in U\}$ ve

$M = \{\langle u, T_{M^i}(u), I_M(u), F_{M^i}(u)\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun $(i = 1,2, \dots, n)$. $\forall u \in U$ için $\mathcal{A}_N$ ile $\mathcal{B}_N$'in $\mathcal{A}_N \setminus \mathcal{B}_N$ ile gösterilen farkı iki tip olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathcal{A}_N \setminus \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap {\mathcal{B}_N}^c$$

olarak alabiliriz. Kesişimin iki tipi olduğundan ve ${\mathcal{B}_N}^c$'nin üç tipi olduğundan her bir $\mathcal{A}_N \setminus \mathcal{B}_N$ tipi için üç farklı tip tanımlanır:

(c_1) ${\mathcal{B}_N}^{c_1} = \langle K^c, L^c, M^c\rangle$ için,

$$K^c = \left\{\langle u, T_{(K^i)^c}(u), I_{(K^i)^c}(u), F_{(K^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$L^c = \left\{\langle u, T_{(L^i)^c}(u), I_{(L^i)^c}(u), F_{(M^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$M^c = \left\{\langle u, T_{(M^i)^c}(u), I_{(M^i)^c}(u), F_{(M^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

Tip 1: $\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_1 {\mathcal{B}_N}^{c_1} = \langle P \cap K^c, Q \cap L^c, R \cup M^c\rangle$,

$$P \cap K^c = \left\{\langle u, T_{P^i \cap (K^i)^c}(u), I_{P^i \cap (K^i)^c}(u), F_{P^i \cap (K^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$Q \cap L^c = \left\{\langle u, T_{Q^i \cap (L^i)^c}(u), I_{Q^i \cap (L^i)^c}(u), F_{Q^i \cap (L^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$R \cup M^c = \left\{\langle u, T_{R^i \cup (M^i)^c}(u), I_{R^i \cup (M^i)^c}(u), F_{R^i \cup (M^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\}.$$

Tip 2 : $\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_2 {\mathcal{B}_N}^{c_1} = \langle P \cap K^c, Q \cup L^c, R \cup M^c\rangle$.

$$P \cap K^c = \left\{\langle u, T_{P^i \cap (K^i)^c}(u), I_{P^i \cap (K^i)^c}(u), F_{P^i \cap (K^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$Q \cup L^c = \left\{\langle u, T_{Q^i \cup (L^i)^c}(u), I_{Q^i \cup (L^i)^c}(u), F_{Q^i \cup (L^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$R \cup M^c = \left\{\langle u, T_{R^i \cup (M^i)^c}(u), I_{R^i \cup (M^i)^c}(u), F_{R^i \cup (M^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\}.$$

(c_2) ${\mathcal{B}_N}^{c_2} = \langle M, L, K\rangle$ için,

Tip 1: $\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_1 {\mathcal{B}_N}^{c_2} = \langle P \cap M, Q \cap L, R \cup K\rangle$,

$$P \cap M = \left\{\langle u, T_{P^i \cap M^i}(u), I_{P^i \cap M^i}(u), F_{P^i \cap M^i}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$Q \cap L = \{\langle u, T_{Q^i \cap L^i}(u), I_{Q^i \cap L^i}(u), F_{Q^i \cap L^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$R \cup K = \{\langle u, T_{R^i \cup K^i}(u), I_{R^i \cup K^i}(u), F_{R^i \cup K^i}(u)\rangle : u \in U\}.$$

Tip 2 : $\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N{}^{c_2} = \langle P \cap M, Q \cup L, R \cup K\rangle,$

$$P \cap M = \{\langle u, T_{P^i \cap M^i}(u), I_{P^i \cap M^i}(u), F_{P^i \cap M^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$Q \cup L = \{\langle u, T_{Q^i \cup L^i}(u), I_{Q^i \cup L^i}(u), F_{Q^i \cup L^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$R \cup K = \{\langle u, T_{R^i \cup K^i}(u), I_{R^i \cup K^i}(u), F_{R^i \cup K^i}(u)\rangle : u \in U\}.$$

(c_3) $\mathcal{B}_N{}^{c_3} = \langle M, L^c, K\rangle$ için

$$L^c = \left\{\langle u, T_{(L^i)^c}(u), I_{(L^i)^c}(u), F_{(M^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

Tip 1: $\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N{}^{c_3} = \langle P \cap M, Q \cap L^c, R \cup K\rangle,$

$$P \cap M = \{\langle u, T_{P^i \cap M^i}(u), I_{P^i \cap M^i}(u), F_{P^i \cap M^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$Q \cap L^c = \left\{\langle u, T_{Q^i \cap (L^i)^c}(u), I_{Q^i \cap (L^i)^c}(u), F_{Q^i \cap (L^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$R \cup K = \{\langle u, T_{R^i \cup K^i}(u), I_{R^i \cup K^i}(u), F_{R^i \cup K^i}(u)\rangle : u \in U\}.$$

Tip 2 : $\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_2 \mathcal{B}_N{}^{c_3} = \langle P \cap M, Q \cup L^c, R \cup K\rangle.$

$$P \cap M = \{\langle u, T_{P^i \cap M^i}(u), I_{P^i \cap M^i}(u), F_{P^i \cap M^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$Q \cup L^c = \left\{\langle u, T_{Q^i \cup (L^i)^c}(u), I_{Q^i \cup (L^i)^c}(u), F_{Q^i \cup (L^i)^c}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$R \cup K = \{\langle u, T_{R^i \cup K^i}(u), I_{R^i \cup K^i}(u), F_{R^i \cup K^i}(u)\rangle : u \in U\}.$$

Örnek 3.35: [51] U boştan farklı bir küme olsun.

$P = \{\langle u, 0.4, 0.6, 0.5\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2, 0.9, 0.3\rangle : u \in U\}$, $R = \{\langle u, 0.8, 0.4, 0.9\rangle : u \in U\}$

$K = \{\langle u, 0.7, 0.1, 0.8\rangle : u \in U\}$, $L = \{\langle u, 0.6, 0, 0.8\rangle : u \in U\}$ ve $M = \{\langle u, 0.6, 0.6, 0.3\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun. $\mathcal{A}_N \setminus \mathcal{B}_N$'in tüm tiplerini bulalım. Bunun için önce $\mathcal{B}_N$ NDNKK'sinin tümleyeni olan $\mathcal{B}_N{}^c$'nin tiplerini bulmalıyız:

$(c_1)\ \mathcal{B}_N{}^{c_1} = \langle K^c, L^c, M^c \rangle$'i bulalım:

$$K^c = \{\langle u, 0.8, 0.9, 0.7\rangle : u \in U\},$$

$$L^c = \{\langle u, 0.8, 1, 0.6\rangle : u \in U\},$$

$$M^c = \{\langle u, 0.3, 0.4, 0.6\rangle : u \in U\}$$

olup

$$\begin{aligned}(c_1)\ \mathcal{B}_N{}^{c_1} &= \langle K^c, L^c, M^c \rangle \\ &= \langle \{\langle u, 0.8, 0.9, 0.7\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8, 1, 0.6\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.3, 0.4, 0.6\rangle : u \in U\}\rangle\end{aligned}$$

dir.

$$\begin{aligned}(c_2)\ \mathcal{B}_N{}^{c_2} &= \langle M, L, K \rangle \\ &= \langle \{\langle u, 0.6, 0.6, 0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6, 0, 0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.7, 0.1, 0.8\rangle : u \in U\}\rangle\end{aligned}$$

dir.

$$\begin{aligned}(c_3)\ \mathcal{B}_N{}^{c_3} &= \langle M, L^c, K \rangle \\ &= \langle \{\langle u, 0.6, 0.6, 0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8, 1, 0.6\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.7, 0.1, 0.8\rangle : u \in U\}\rangle\end{aligned}$$

dir.

$(c_1)\ \mathcal{B}_N{}^{c_1}$ için Tip 1: $\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N$'i bulalım:

Tip 1: $\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N{}^{c_1} = \langle P \cap K^c, Q \cap L^c, R \cup M^c \rangle.$

$P \cap K^c$'yi bulalım:

$$T_{P\cap K^c}(u) = min\{T_P(u), T_{K^c}(u)\} = min\{0.4, 0.8\} = 0.4$$

$$I_{P\cap K^c}(u) = max\{I_P(u), I_{K^c}(u)\} = max\{0.6, 0.9\} = 0.9$$

$$F_{P\cap K^c}(u) = max\{F_P(u), F_{K^c}(u)\} = max\{0.5, 0.7\} = 0.7$$

olup

$$P \cap K^c = \{\langle u, 0.4, 0.9, 0.7\rangle : u \in U\}$$

dir. $Q \cap L^c$'yi bulalım:

$$T_{Q\cap L^c}(u) = min\{T_Q(u), T_{L^c}(u)\} = min\{0.2,0.8\} = 0.2$$

$$I_{Q\cap L^c}(u) = max\{I_Q(u), I_{L^c}(u\} = max\{0.9,1\} = 1$$

$$F_{Q\cap L^c}(u) = max\{F_Q(u), F_{L^c}(u\} = max\{0.3,0.6\} = 0.6$$

olup

$$Q \cap L^c = \{\langle u, 0.2,1,0.6\rangle : u \in U\}$$

tir. $R \cup M^c$'yi bulalım:

$$T_{R\cup M^c}(u) = max\{T_R(u), T_{M^c}(u)\} = max\{0.8,0.3\} = 0.8$$

$$I_{R\cup M^c}(u) = min\{I_R(u), I_{M^c}(u)\} = min\{0.4,0.4\} = 0.4$$

$$F_{R\cup M^c}(u) = min\{F_R(u), F_{M^c}(u)\} = min\{0.9,0.6\} = 0.6$$

olup

$$R \cup M^c = \{\langle u, 0.8,0.4,0.6\rangle : u \in U\}$$

tir. O halde (c_1) ${\mathcal{B}_N}^{c_1}$ için Tip 1: $\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N$ NDNKK'si

$$\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N = \langle\{\langle u, 0.4,0.9,0.7\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,1,0.6\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.4,0.6\rangle : u \in U\}\rangle$$

olur.

(c_1) ${\mathcal{B}_N}^{c_1}$ için Tip 2 : $\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N$'i bulalım:

$$\text{Tip 2} : \mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_2 {\mathcal{B}_N}^{c_1} = \langle P \cap K^c, Q \cup L^c, R \cup M^c\rangle.$$

$$P \cap K^c = \{\langle u, 0.4,0.9,0.7\rangle : u \in U\}.$$

$Q \cup L^c$'ni bulalım:

$$T_{Q\cup L^c}(u) = max\{T_Q(u), T_{L^c}(u)\} = max\{0.2,0.8\} = 0.8$$

$$I_{Q\cup L^c}(u) = min\{I_Q(u), I_{L^c}(u)\} = min\{0.9,1\} = 0.9$$

$$F_{Q\cup L^c}(u) = min\{F_Q(u), F_{L^c}(u)\} = min\{0.3,0.6\} = 0.3$$

olup

$$Q \cup L^c = \{\langle u, 0.8,0.9,0.3\rangle : u \in U\}$$

tir.

$$R \cup M^c = \{\langle u, 0.8,0.4,0.6\rangle : u \in U\}$$

tir. O halde (c_1) $\mathcal{B}_N{}^{c_1}$ için Tip 2 : $\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N$ NDNKK'si,

$$\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N = \langle\{\langle u, 0.4,0.9,0.7\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.9,0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.4,0.6\rangle : u \in U\}\rangle$$

olur.

(c_2) $\mathcal{B}_N{}^{c_2}$ için Tip 1: $\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N$'i bulalım:

$$\text{Tip 1: } \mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_1 \mathcal{B}_N{}^{c_2} = \langle P \cap M, Q \cap L, R \cup K\rangle.$$

dir. $P \cap M$'yi bulalım:

$$T_{P\cap M}(u) = min\{T_P(u), T_M(u)\} = min\{0.4,0.6\} = 0.4$$

$$I_{P\cap M}(u) = max\{I_P(u), I_M(u)\} = max\{0.6,0.6\} = 0.6$$

$$F_{P\cap M}(u) = max\{F_P(u), F_M(u)\} = max\{0.5,0.3\} = 0.5$$

olup

$$P \cap M = \{\langle u, 0.4,0.6,0.5\rangle : u \in U\}$$

dir. $Q \cap L$'yi bulalım:

$$T_{Q\cap L}(u) = min\{T_Q(u), T_L(u)\} = min\{0.2,0.6\} = 0.2$$

$$I_{Q\cap L}(u) = max\{I_Q(u), I_L(u)\} = max\{0.9,0\} = 0.9$$

$$F_{Q\cap L}(u) = max\{F_Q(u), F_L(u)\} = max\{0.3,0.8\} = 0.8$$

olup

$$Q \cap L = \{\langle u, 0.2,0.9,0.8\rangle : u \in U\}$$

dir. $R \cup K$'yi bulalım:

$$T_{R\cup K}(u) = max\{T_R(u), T_K(u)\} = max\{0.8,0.7\} = 0.8$$

$$I_{R\cup K}(u) = min\{I_R(u), I_K(u)\} = min\{0.4{,}0.1\} = 0.1$$

$$F_{R\cup K}(u) = min\{F_R(u), F_K(u)\} = min\{0.9{,}0.8\} = 0.8$$

olup

$$R \cup K = \{\langle u, 0.8{,}0.1{,}0.8\rangle : u \in U\}$$

dir. O halde (c_2) ${\mathcal{B}_N}^{c_2}$ için Tip 1: $\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N$ NDNKK'si

$$\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N = \langle\{\langle u, 0.4{,}0.6{,}0.5\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2{,}0.9{,}0.8\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8{,}0.1{,}0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

elde edilir.

(c_2) ${\mathcal{B}_N}^{c_2}$ için Tip 2 : $\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N$'i bulalım:

$$\text{Tip 2} : \mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_1 {\mathcal{B}_N}^{c_2} = \langle P \cap M, Q \cup L, R \cup K\rangle.$$

$$P \cap M = \{\langle u, 0.4{,}0.6{,}0.5\rangle : u \in U\}$$

dir. $Q \cup L$'yi bulalım:

$$T_{Q\cup L}(u) = max\{T_Q(u), T_L(u)\} = max\{0.2{,}0.6\} = 0.6$$

$$I_{Q\cup L}(u) = min\{I_Q(u), I_L(u)\} = min\{0.9{,}0\} = 0$$

$$F_{Q\cup L}(u) = min\{F_Q(u), F_L(u)\} = min\{0.3{,}0.8\} = 0.3$$

olup

$$Q \cup L = \{\langle u, 0.6{,}0{,}0.3\rangle : u \in U\}$$

dir.

$$R \cup K = \{\langle u, 0.8{,}0.1{,}0.8\rangle : u \in U\}$$

dir. O halde (c_2) ${\mathcal{B}_N}^{c_2}$ için Tip 2 : $\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N$ NDNKK'si

$$\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N = \langle\{\langle u, 0.4{,}0.6{,}0.5\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.6{,}0{,}0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8{,}0.1{,}0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

olur.

(c_3) ${\mathcal{B}_N}^{c_3}$ için Tip 1: $\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N$'i bulalım:

$$\text{Tip 1}: \mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_1 {\mathcal{B}_N}^{c_3} = \langle P \cap M, Q \cap L^c, R \cup K\rangle.$$

$$P \cap M = \{\langle u, 0.4,0.6,0.5\rangle : u \in U\}$$

dir. $Q \cap L^c$'ni bulalım:

$$T_{Q\cap L^c}(u) = min\{T_Q(u), T_{L^c}(u)\} = min\{0.2,0.8\} = 0.2$$

$$I_{Q\cap L^c}(u) = max\{I_Q(u), I_{L^c}(u)\} = max\{0.9,1\} = 1$$

$$F_{Q\cap L^c}(u) = max\{F_Q(u), F_{L^c}(u)\} = max\{0.3,0.6\} = 0.6$$

olup

$$Q \cap L^c = \{\langle u, 0.2,1,0.6\rangle : u \in U\}$$

tir.

$$R \cup K = \{\langle u, 0.8,0.1,0.8\rangle : u \in U\}$$

dir. O halde (c_3) ${\mathcal{B}_N}^{c_3}$ için için Tip 1: $\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N$ NDNKK'si

$$\mathcal{A}_N \setminus_1 \mathcal{B}_N = \langle \{\langle u, 0.4,0.6,0.5\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.2,1,0.6\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8,0.1,0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

olur.

(c_3) ${\mathcal{B}_N}^{c_3}$ için Tip 2 : $\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N$'i bulalım:

$$\text{Tip 2} : \mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N = \mathcal{A}_N \cap_2 {\mathcal{B}_N}^{c_3} = \langle P \cap M, Q \cup L^c, R \cup K\rangle.$$

$$P \cap M = \{\langle u, 0.4,0.6,0.5\rangle : u \in U\}$$

dir. $Q \cup L^c$'ni bulalım:

$$T_{Q\cup L^c}(u) = max\{T_Q(u), T_{L^c}(u)\} = max\{0.2,0.8\} = 0.8$$

$$I_{Q\cup L^c}(u) = min\{I_Q(u), I_{L^c}(u)\} = min\{0.9,1\} = 0.9$$

$$F_{Q\cup L^c}(u) = min\{F_Q(u), F_{L^c}(u)\} = min\{0.3,0.6\} = 0.3$$

olup

$$Q \cup L^c = \{\langle u, 0.8,0.9,0.3\rangle : u \in U\}$$

tir.

$$R \cup K = \{\langle u, 0.8, 0.1, 0.8\rangle : u \in U\}$$

dir. O halde (c_3) $\mathcal{B}_N{}^{c_3}$ için için Tip 2 : $\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N$ NDNKK'si

$$\mathcal{A}_N \setminus_2 \mathcal{B}_N = \langle \{\langle u, 0.4, 0.6, 0.5\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8, 0.9, 0.3\rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.8, 0.1, 0.8\rangle : u \in U\}\rangle$$

olur.

Tanım 3.36: $P = \{\langle u, T_{P^i}(u), I_{P^i}(u), F_{P^i}(u)\rangle : u \in U\}$,

$$Q = \left\{\langle u, T_{Q^i}(u), I_{Q^i}(u), F_{Q^i}(u)\rangle : u \in U\right\},$$

$$R = \{\langle u, T_{R^i}(u), I_{R^i}(u), F_{R^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$$K = \{\langle u, T_{K^i}(u), I_{K^i}(u), F_{K^i}(u)\rangle : u \in U\},$$

$L = \{\langle u, T_{L^i}(u), I_{L^i}(u), F_{L^i}(u)\rangle : u \in U\}$ ve

$$M = \{\langle u, T_{M^i}(u), I_M(u), F_{M^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R\rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M\rangle$ iki NDNKK olsun $(i = 1,2, \dots, n)$. $\forall u \in U$ için $\mathcal{A}_N$ ve $\mathcal{B}_N$'in $\mathcal{A}_N \times \mathcal{B}_N$ ile gösterilen kartezyen çarpımı aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$P \times K = \{\langle u, T_{P^i.K^i}(u), I_{P^i.K^i}(u), F_{P^i.K^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

$$Q \times L = \left\{\langle u, T_{Q^i.L^i}(u), I_{Q^i.L^i}(u), F_{Q^i.L^i}(u)\rangle : u \in U\right\}$$

$$R \times M = \{\langle u, T_{R^i.M^i}(u), I_{R^i.M^i}(u), F_{R^i.M^i}(u)\rangle : u \in U\}$$

olmak üzere

$$\mathcal{A}_N \times \mathcal{B}_N = \langle P \times K, Q \times L, R \times M\rangle$$

dir.

Örnek 3.37: U boştan farklı bir küme olsun.

$P = \{\langle u, 0.4, 0.6, 0.5\rangle : u \in U\}$, $Q = \{\langle u, 0.2, 0.9, 0.3\rangle : u \in U\}$, $R = \{\langle u, 0.8, 0.4, 0.9\rangle : u \in U\}$

$K = \{\langle u, 0.7, 0.1, 0.8\rangle : u \in U\}$, $L = \{\langle u, 0.6, 0, 0.8\rangle : u \in U\}$ ve $M = \{\langle u, 0.6, 0.6, 0.3\rangle : u \in U\}$

U üzerinde nötrosofik kümeler olmak üzere $\mathcal{A}_N = \langle P, Q, R \rangle$ ve $\mathcal{B}_N = \langle K, L, M \rangle$ iki NDNKK olsun. $\mathcal{A}_N \times \mathcal{B}_N$ kümesini bulalım.

$P \times K = \{\langle u, T_{P.K}(u), I_{P.K}(u), F_{P.K}(u) \rangle : u \in U\} = \{\langle u, 0.28, 0.64, 0.9 \rangle : u \in U\}$,

$Q \times L = \{\langle u, T_{Q.L}(u), I_{Q.L}(u), F_{Q.L}(u) \rangle : u \in U\} = \{\langle u, 0.12, 0.92, 0.86 \rangle : u \in U\}$ ve

$R \times M = \{\langle u, T_{R.M}(u), I_{R.M}(u), F_{R.M}(u) \rangle : u \in U\} = \{\langle u, 0.48, 0.76, 0.93 \rangle : u \in U\}$

olur. Dolayısıyla

$\mathcal{A}_N \times \mathcal{B}_N = \langle P \times K, Q \times L, R \times M \rangle$

$= \langle \{\langle u, 0.28, 0.64, 0.9 \rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.12, 0.92, 0.86 \rangle : u \in U\}, \{\langle u, 0.48, 0.76, 0.93 \rangle : u \in U\} \rangle$

elde edilir.

BÖLÜM IV

SONUÇLAR

Dört bölümden meydana gelen bu yüksek lisans tezinde; birinci bölümde bulanık küme, sezgisel bulanık küme, nötrosofik küme ve nötrosofik kesin kümenin tarihçesinden ve bu kümeler ile ilgili yapılan çalışmalardan bahsedilmiştir. İkinci bölümde bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler, nötrosofik kümeler, tek değerli nötrosofik kümeler ve nötrosofik kesin kümeler tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme yapısı tanıtılmıştır. Nötrosofik değerli nötrosofik kesin kümeler, nötrosofik kesin kümelerin bir genellemesi olarak ve bu kümenin bileşenleri tek değerli nötrosofik kümeler alınarak tanımlanmıştır. Bu küme ile ilgili tanımlar, kümenin tipleri ve kapsama, tümleme, kesişim, birleşim, fark gibi temel küme işlemleri tipleri ile birlikte verilerek örneklendirildi. Ayrıca De Morgan Kuralları, tek kuvvet özelliği, değişme özelliği ve birleşme özelliği nötrosofik değerli nötrosofik kesin kümelere genelleştirilerek ispatlandı. Bu tezden faydalanılarak yeni karar verme uygulamaları yapılabilir. Ayrıca çift kutuplu nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme, aralık değerli nötrosofik değerli nötrosofik kesin küme gibi kümeler tanımlanabilir. Ayrıca bu tezdeki tanımlar kullanılarak karar verme uygulamalarındaki yöntemler (TOPSIS, VIKOR, AHP, DEMATEL) nötrosofik değerli nötrosofik kesin kümeler için genelleştirilebilir.

KAYNAKLAR

[1] Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, **8(3)**, 338-335.

[2] Atanassov, T. K. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy sets and Systems*, **20**, 87–96.

[3] Gerstenkorn, T., Mańko, J. (1991). Correlation of intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy sets and systems*, **44(1)**, 39-43.

[4] Atanassov, T. K. (1994). New operations defined over the intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy sets and Systems*, **61(2)**, 137-142.

[5] Bustince, H., Burillo, P. (1996). Vague sets are intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy sets and systems*, **79(3)**, 403-405.

[6] De, S. K., Biswas, R., Roy, A. R. (2000). Some operations on intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy sets and Systems*, **114(3)**, 477-484.

[7] De, S. K., Biswas, R., Roy, A. R. (2001). An application of intuitionistic fuzzy sets in medical diagnosis. *Fuzzy sets and Systems*, **117(2)**, 209-213.

[8] Li, D. F. (2005). Multi attribute decision making models and methods using intuitionistic fuzzy sets. *Journal of computer and System Sciences*, **70(1)**, 73-85.

[9] Ejegwa, P. A., Akowe, S. O., Otene, P. M., Ikyule, J. M. (2014). An overview on intuitionistic fuzzy sets. *Int. J. Sci. Technol. Res*, **3(3)**, 142-145.

[10] Smarandache, F. (1998) *A unifying field in logics. Neutrosophy: neutrosophic probability, set and logic*. American Research Press: Rehoboth, MA, USA.

[11] Kandasamy, W. B. V., Smarandache, F. (2004). *Basic neutrosophic algebraic structures and their application to fuzzy and neutrosophic models*, Hexis, Frontigan 219 p.

[12] Smarandache, F., Ali, M. (2014). The Neutrosophic Triplet Group and its Application to Physics, presented by FS to Universidad Nacional de Quilmes. *Department of Science and Technology, Bernal, Buenos Aires, Argentina (02 June 2014)*.

[13] Smarandache, F., Ali, M. (2016, September). Neutrosophic triplet as extension of matter plasma, unmatter plasma, and antimatter plasma. In *APS Annual Gaseous Electronics Meeting Abstracts* (HT6-110).

[14] Broumi, S., Bakali, A., Talea, M., Smarandache, F. (2016). Decision-Making Method Based on the Interval Valued Neutrosophic Graph, *Future Technologies, IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 44-50.

[15] Ulucay, V., Şahin, M., Olgun, N. (2018). Time-Neutrosophic Soft Expert Sets and Its Decision Making Problem. *Matematika*. **34(2)**, 246-260.

[16] Uluçay, V., Şahin, M. (2020). Decision-making Method Based on Neutrosophic Soft Expert Graphs. In *Neutrosophic Graph Theory and Algorithms*; IGI Global: Hershey, PA,USA, 33-76.

[17] Chatterjee, R., Majumdar, P., Samanta, S. K. (2019). Similarity measures in neutrosophic sets-I. *In Fuzzy Multi-criteria Decision-Making Using Neutrosophic Sets*, 249,294. Springer, Cham.

[18] Ye, J. (2014). Similarity Measures Between Interval Neutrosophic Sets and Their Applications in Multicriteria Decision-Making. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*. **26(1)**, 165-172.

[19] Khalifa, N. E. M., Smarandache, F., Manogaran, G., Loey, M. (2021). A study of the neutrosophic set significance on deep transfer learning models: An experimental case on a limited covid-19 chest x-ray dataset. *Cognitive Computation*, 1-10.

[20] Uluçay, V. (2021). Some concepts on interval-valued refined neutrosophic sets and their applications. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, **12(7)**, 7857-7872.

[21] Salama, A. A., Alblowi, S. A. (2012). Neutrosophic set and neutrosophic topological spaces. *IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM)*, **3(4)**, 31,35.

[22] Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y. Q., Sunderraman, R. (2010). Single valued neutrosophic sets. *Multispace Multistructure*.,**4**, 410–413.

[23] Şahin, R., Küçük, A. (2015). Subsethood measure for single valued neutrosophic sets. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, **29(2),** 525-530.

[24] Huang, H. L. (2016). New distance measure of single-valued neutrosophic sets and its application. *International Journal of Intelligent Systems*, **31(10)**, 1021-1032.

[25] Şahin, M., Olgun, N., Uluçay, V., Kargın, A., Smarandache, F. (2017). A New Similarity Measure Based on Falsity Value Between Single Valued Neutrosophic Sets Based on The Centroid Points of Transformed Single Valued Neutrosophic Numbers With Applications to Pattern Recognition. *Neutrosophic Sets and Systems*. **15**, 31-48.

[26] Ye, S., Ye, J. (2014). Dice similarity measure between single valued neutrosophic multisets and its application in medical diagnosis. *Neutrosophic sets and systems*, **6(1)**, 9.

[27] Ye, S., Fu, J., Ye, J. (2015). Medical diagnosis using distance-based similarity measures of single valued neutrosophic multisets. *Neutrosophic Sets and Systems*, **7(1)**, 47-52.

[28] Chatterjee, R., Majumdar, P., Samanta, S. K. (2015). Single valued neutrosophic multisets. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, **10(3)**, 499-514.

[29] Ye, J. (2017). Correlation coefficient between dynamic single valued neutrosophic multisets and its multiple attribute decision-making method. *Information*, **8(2)**, 41.

[30] Fan, C., Fan, E., Ye, J. (2018). The cosine measure of single-valued neutrosophic multisets fo rmultiple attribute decision-making. *Symmetry*, **10(5)**, 154.

[31] Hu, Q., Zhang, X. (2018). New similarity measures of single-valued neutrosophic multisets based on the decomposition theorem and its application in medical diagnosis. *Symmetry*, **10(10)**, 466.

[32] Hanafy, I. M., Salama, A. A., & Mahfouz, K. M. (2013). Neutrosophic classical events and its probability. *International Journal of Mathematics and Computer Applications Research (IJMCAR) Vol*.**(3)**, (1), 171-178.

[33] Salama, A. A., Broumi, S., & Smarandache, F. (2014). Some types of neutrosophic crisp sets and neutrosophic crisp relations. *IJ Information Engineering and Electronic Business*.

[34] Salama, A. A., Smarandache, F. (2014). Neutrosophic Crisp Set Theory. *Neutrosophic Sets and Systems*, **5, 27-35.**

[35] A. A. Salama, F.Smarandache and Valeri Kroumov "Neutrosophic Crisp Sets & Neutrosophic Crisp Topological Spaces" Bulletin of the Research Institute of Technology (Okayama University of Science, Japan), in January-February (2014).

[36] A. A. Salama and F. Smarandache, "Filters via Neutrosophic Crisp Sets", *Neutrosophic Sets and Systems*, **1(1)**, (2013), pp. 34-38.

[37] A. A. Salama, "Neutrosophic Crisp Point & Neutrosophic Crisp Ideals", *Neutrosophic Sets and Systems*, **1(1)**, (2013), pp. 50-54.

[38] A. A. Salama, Said Broumi and F. Smarandache, Neutrosophic crisp open set and neutrosophic crisp continuity via neutrosophic crisp ideals, in Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Vol. I, EuropaNova asbl, pp. 199–205, Brussels, EU 2014 (See http://fs.gallup.unm.edu/NeutrosophicTheoryApplications.pdf).

[39] Salama, A. A., Smarandache, F., & Alblowi, S. A. (2014). *New neutrosophic crisp topological concepts*. **4**, 50-54.

[40] Wadei Al-Omeri, Neutrosophic crisp sets via neutrosophic crisp topological spaces, *Neutrosophic Sets and Systems*, **13** (2016) 1–9.

[41] A. A. Salama, I. M. Hanafy, Hewayda Elghawalby and M. S. Dabash, Neutrosophic crisp α-topological spacess, *Neutrosophic Sets and Systems* **,12** (2016) 92–96.

[42] Al-Hamido, R. K. (2018). Neutrosophic crisp bi-topological spaces. *Neutrosophic Sets and Systems*, **21**, 66-73.

[43] Salama, A. A., Smarandache, F. (2016). Neutrosophic crisp probability theory & decision making process. *Florentin Smarandache, Surapati Pramanik*, **3(2)**, 291.

[44] Hur, K., Lim, P. K., Lee, J. G., & Kim, J. (2017). *The category of neutrosophic crisp sets*. **14(1)**, 43–54.

[45] Jo, D., Saleh, S., Lee, J. G., Hur, K., & Xueyou, C. (2020). Topological structures via interval-valued neutrosophic crisp sets. *Symmetry*, **12(12)**, 2050.

[46] AL-Nafee, A. B., Broumi, S., Al-Swidi, L. A. (2021) n-Valued Refined Neutrosophic Crisp Sets. *International Journal of Neutrosophic Science (IJNS)*, **17(2)**, 87-95.

[47] Zhang, X., Li, M., Lei, T. (2021). On Neutrosophic Crisp Sets and Neutrosophic Crisp Mathematical Morphology. *Neutrosophic Sets and Systems*, **43(1)**, 1

[48] Kim, J., Lee, J. G., Hur, K. (2021). Intuitionistic neutrosophic crisp sets and their application to topology. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, No. **2**, 125–145.

[49] Al-Obaidi, A. H. M., Imran, Q. H. (2021). On New Types of Weakly Neutrosophic Crisp Open Mappings. *Iraqi Journal of Science*, 2660-2666.

[50] A. A. Salama, I. M. Hanafy and M. S. Dabash, Semi-compact and semi-Lindelof space via neutrosophic crisp set theory, *Asia Mathematika* **2(2)** (2018) 41–48.

[51] Şahin, M., Karagülle, S. İ. (2022). Neutrosophic Valued Neutrosophic Crisp Sets. *International Ankara Congress on Scientific Research VI. 1675-1694. Ankara*, Türkiye.

In this book, which consists of four chapters, neutrosophic valued neutrosophic crisp sets are defined as a generalization of neutrosophic crisp sets. In the first chapter, which is the introduction, basic information about fuzzy set, neutrosophic set, and neutrosophic crisp set structures is given and the history of these structures is mentioned. In the second chapter, which contains general information, the definitions of fuzzy sets, intuitionistic fuzzy set, neutrosophic set, single valued neutrosophic set and the neutrosophic crisp set are exemplified. In the third chapter, neutrosophic valued neutrosophic crisp set structure and types are defined and examples are given. Neutrosophic valued neutrosophic crisp sets are described and exemplified along with the basic types of set operations such as inclusion, complement, intersection, union, difference and Cartesian product. Again, theorems such as single force property, commutative property, union property and De Morgan's rules for neutrosophic valued neutrosophic crisp sets are obtained and their proofs are given. In the last chapter, the results obtained from the studies carried out in the thesis are given.

ISBN 978-1-59973-734-8

9 781599 737348 >